

連載 (講義)

電子光学入門

— 電子分光装置の理解のために — (第12回)

嘉藤 誠

日本電子(株) 〒196-8558 東京都昭島市武蔵野 3-1-2

kato@jeol.co.jp

(2008年8月4日受理)

電子光学系において、像の性質を支配するのは対物レンズです。これは、電子ビームの開き角が物面において最も大きな値となるからです。結像をともなう電子分光の場合、空間分解能より像強度が優先されることがしばしばあり、そのときの像の性質は対物レンズの球面収差によって決定されます。今回は、球面収差の存在のもとでのインコヒーレント光学系の結像を議論します。また、そのような光学系の評価のために有効となる空間周波数応答の理論を紹介します。

Introduction to Electron Optics for the Study of Energy Analyzing Systems (12)

M. Kato

JEOL Ltd., 3-1-2 Musashino, Akishima, Tokyo 196-8558.

kato@jeol.co.jp

(Received: August 4, 2008)

The quality of images of an electron optical system is dominated by the performance of an objective lens. This is because the angle spread of an electron beam becomes largest in an object plane. In electron spectroscopy with imaging, image intensity often has priority over spatial resolution, and then the image quality is determined by the spherical aberration of an objective lens. In this chapter, the imaging process for incoherent illumination under the influence of spherical aberration is discussed. Evaluation of such optical systems using the theory of spatial-frequency response is also described.

12 対物レンズの設計と像の評価

12.1 はじめに

電子結像系によってつくられる像の性質は、ほとんど対物レンズの性能だけで決められます。これは、TEMのような写像型の装置だけではなく、SEMのように電子プローブを走査する装置においても同様です。今回は、なぜ対物レンズが重要になるかをまず述べ、具体的な対物レンズの構造、および形成される

像の評価に関して説明します。

空間分解能に関しての光学系の最適条件については、前回詳しく述べました。空間分解能が最小となるようなビームの開き角、すなわち最適開き角が存在して、そこでは回折収差と球面収差が同程度の寄与となるのでした。TEMやSEMのように形態観察が目的の装置では、空間分解能が最重要の評価基準となり、よって分解能に関しての最適条件のもとでの動作が前提となります。

一方、電子分光のように分析を目的とする装置においては、必要な感度を得るために、空間分解能を犠牲にせざるを得ない状況がしばしば起きます。たと

えば AES では、一次電子線のプローブ電流値を優先することで分光の感度を得ます。あるいは、試料を X 線で照射して、試料から放出される光電子でイメージングを行う装置においても同様です。このような場合は、像のコントラストが重要となり、どこまで細かい構造が見えるかという意味での分解能だけでは性能評価ができません。この評価のために有用なのが、光学系の空間周波数応答の概念です。この概略は前回示しましたが、今回はその詳細を述べます。

感度が優先される場合に、光学系の性能を支配するのは対物レンズの球面収差となります。なぜ球面収差かといえば、ビームの開き角が最適値よりも大きく取られるために、回折収差が無視され、開き角とともに急激に増大する球面収差がメインの寄与をするからです。そこで、前回述べたような波動光学的な扱いは不要となり、幾何光学が有効となります。これは問題の扱いを容易にするかと思えば、実はそうではありません。球面収差がつくる特徴的な電流密度分布が像形成に寄与することによって、単に「収差によって像がボケる」といった把握では済まされなくなります。そのような像の評価のために、空間周波数特性が有効に働きます。

最適条件から離れた、感度を優先する状況での空間分解能は、あまり議論されることがありません。今回は、そのような条件のもとでの結像を考えます。なお、像の性質は物体のコヒーレンスに依存しますが、今回はインコヒーレントの場合に限ります。すなわち、光電子によるイメージング、あるいは SEM のような走査型の装置が対象です。コマや歪曲などの軸外収差の寄与に関しては、対物レンズよりも、後段に置かれるレンズの寄与が主となります。多段レンズ系の解析法と像の評価に関しては、次回解説する予定です。

12.2 対物レンズの重要性

結像を行う電子光学系において、空間分解能に関しては対物レンズがもっとも重要な寄与をします。本節においてその理由を述べます。

12.2.1 ビームの開き角と分解能

電子光学系では、必要とされる倍率に応じて複数のレンズが組み合わされます。一個のレンズの倍率 M は、物面からレンズまでの距離を a 、レンズから像面

までの距離を b として、 $M = b/a$ です。もし、距離 a を数 mm 程度に小さく取れば、像面までの距離を仮に 100 mm として、一個のレンズで数 10 倍から 100 倍の倍率が得られます。それ以上の倍率が必要である場合は、 b を大きくするのが一法ですが、それよりも、別のレンズを下流に並べる方が全体の長さを抑えることができます。全系の倍率は、各レンズの倍率の掛け算となるからです。

現実には、試料周りの空間を確保するために、 a を 10 mm 程度の大きな値にすべき場合がしばしばあります。試料からレンズ電極、あるいは磁極までの距離は、**作動距離** (working distance : WD) と呼ばれ、設計者にはこの値が指定されます。もし大きな WD が必要であれば、一個のレンズでは十分な倍率はかせげません。

複数のレンズから成る光学系において、試料から見て最初のレンズが対物レンズ (objective lens : OL) です。それに続くいくつかのレンズを中間レンズ系、そしてスクリーン (蛍光板、フィルムなど) に像をつくる最後のレンズを投影レンズ (projective lens : PL) といいます。簡単な例として、二段レンズ系における電子軌道の様子を描いてみたのが Fig.1 です。この図では中間レンズは存在しないので、OL と PL だけからなる系です。OL は試料の最初の拡大像 I_1 を作り、それが PL にとっての物体となって、PL によってさらに I_2 に拡大されます。OL と PL の倍率をそれぞれ M_1 、 M_2 とすれば、全系の倍率は $M = M_1 M_2$ です。

図の系において、OL が回折像 D_1 を作り、PL によってそれが D_2 に結像されます。試料面でのビームの開き角を設定するために回折絞りが必要ですが、これは D_1 か D_2 のどちらかの位置であればいいわけです。しかし、多段レンズ系において、回折面の位置とそこでの倍率は各レンズの強度によっていろいろ変化してしまいます。そこで、なるべく変動の少ない OL の回折面、図では D_1 の位置に回折絞りが置かれるのが普通です。

さて、図においては、試料上の三点からそれぞれ、三つの出射角 ($0, \pm\alpha_0$) で軌道を出しています。このうち、軸外の一点から出た三本の軌道を太線で描いています。これらの太線の軌道をまとめてビームとして考えると、OL を通るときのビームの広がり (太さ) に比べて、PL を通るときの広がりが小さくなっていることがわかります。これは、複数のレンズで像を拡大する過程で、ビームの開き角が減少していくからです。この変化は、試料面の別の点から出されたビー

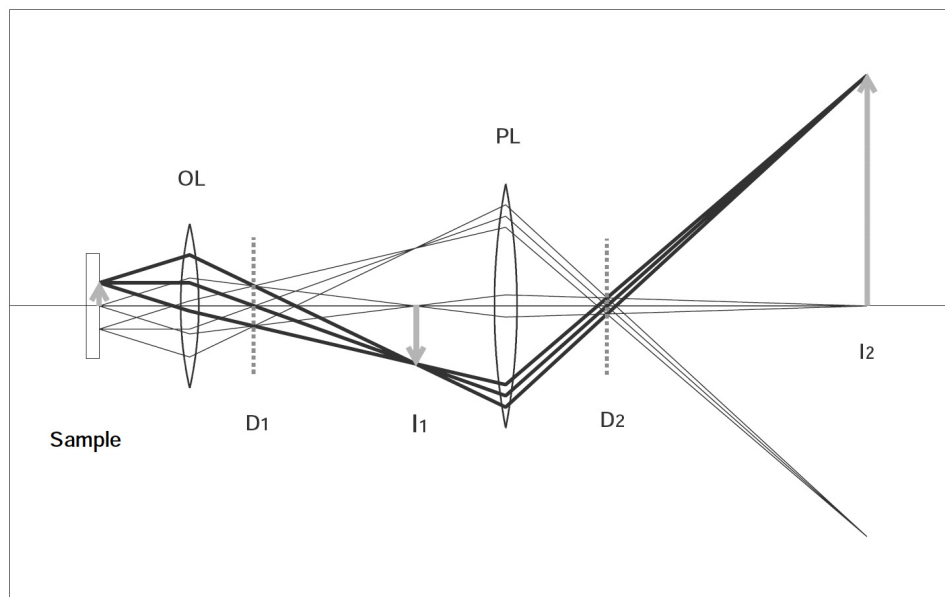


Fig. 1: A lens system consisting of an objective lens (OL) and projective lens (PL).

ムに関しても同様です。

この開き角の変化は、像の拡大に伴う必然的なものです。レンズによる正味の加減速のない場合、一個のレンズの倍率 M と角度倍率 M_α の間には、

$$MM_\alpha = 1 \quad (1)$$

の関係があります。この式は、位置と角度で張られる相空間における体積保存、すなわち輝度不変則から導かれます。(角度倍率と輝度不変則に関しては、それぞれ第1章と第8章を参照してください。) これはレンズが複数あっても、全体としての倍率と角度倍率を考えるならやはり成立します。この関係によって、像を拡大すればするほど、物面上の任意の一点から出たビームは細く絞られていきます。

さて、ここで空間分解能を考えましょう。分解能の観点からは、試料面の一点からいろいろな角度で出た軌道が、像面ですべて同じ点に集束するのが理想です。Fig.1において、試料上の一点から出されたビームは、OL 中では大きく広がっているのですが、もしOLが収差をもてば、軌道のそれぞれは本来と異なる方向に曲げられます。つまり、軌道が理想的な状態からそれて、最終像面で一点に集束するはずのビームがバラけてしまいます。

同様のことをPLに対して考えましょう。(OLは収差をもたないと仮定します。) PL中のビームは細く絞られているので、PLが収差をもっているとしても、ビームを構成する軌道がいっせいに本来と別の方向に振ら

れるだけです。つまり、ビームが細く絞られて一本の糸のようになっていけば、軌道をバラけさせようとしてもできません。そこで、PLに収差があっても最終的な像はボケず、かわりに歪んだ像が作られます。これは、歪曲収差の発生を意味します。(レンズの不完全さがどのような呼び名の収差として発現するかは、レンズの使い方によります。この事情に関しては第5章を参照してください。) PLはこのように、像をボケさせるよりも、像を歪ませることに大きく寄与することになります。

以上のように、OLとPLが同程度の収差をもっていたとしても、それらが最終像に与える影響は異なります。像がボケる程度、すなわち空間分解能に関しては、試料に一番近いOLが主な寄与をするわけです。

12.2.2 各レンズの寄与

OLが空間分解能にもっとも大きな寄与をするという事情に関しては、前項の議論で本質は尽きています。しかし、たとえば二番目のレンズが分解能にどの程度寄与するかを考えるには、もう少し定量的な議論が必要です。

物面の光軸上に点光源を置いて、像面でつくられるボケの径を測れば、それが大雑把にいつて分解能に対応します。ただし、像面でのボケの大きさがそのまま分解能になるわけではありません。分解能とは「物面上の一点がどれだけボケるか」という量です。そこで、

像面における点光源像の径を光学系全体の倍率 M で割って、物面におけるボケの大きさに換算しなければなりません。これが、前回までに何度か説明した物面換算です。以下の議論においても、収差量はすべて、この物面換算のもとで与えます。

前項の Fig.1 の系で、各レンズが分解能に及ぼす影響を考えてみましょう。まず回折収差に関しては、これはレンズ自身が発生するものではないので、どのレンズがどれだけの回折収差をつくっているかという議論は無意味です。回折収差に関しては、全体で一個のレンズと考えて、回折収差によるボケの公式を適用すればいいのです。すなわち、試料面でのビームの開き角を α_o 、波長を λ_o とすれば、物面換算したビームのボケは次式で与えられます。

$$d_D = 0.61 \frac{\lambda_o}{\alpha_o} \quad (2)$$

上式の分母の α_o は正しくは $\sin \alpha_o$ ですが、回折収差が重要となるのは α_o の小さな場合なので、通常はこの表式で十分です。

次に球面収差を考えます。まず全体で一個のレンズと考えて、その球面収差係数を C_S とします。ビームのボケを最小錯乱円位置で評価するなら、その直径は次式となるのでした。

$$d_S = \frac{1}{2} C_S \alpha_o^3 \quad (3)$$

ここで C_S は、物面換算した収差を与えるように定義された収差係数であり、ふつう球面収差係数といえはこの量を指します。

さて、Fig.1 においては、OL と PL の二つのレンズの球面収差を別々に考えることができます。OL と PL の単体としての収差係数をそれぞれ $C_S^{(1)}$ 、 $C_S^{(2)}$ とします。 $C_S^{(1)}$ は試料面での開き角 α_o に対して定義され、 $C_S^{(2)}$ は中間像 I_1 の位置での開き角 α_1 に対してのもので、まず $C_S^{(1)}$ の寄与は、(3) と同様ですから、

$$d_S^{(1)} = \frac{1}{2} C_S^{(1)} \alpha_o^3 \quad (4)$$

となります。やっかいなのは PL の寄与です。PL がつくるボケの大きさは、PL にとっての物面 (I_1 の面) に換算した大きさが $(1/2)C_S^{(2)}\alpha_1^3$ となります。この式における α_1 は、(1) の関係を用いれば $\alpha_1 = \alpha_o/M_1$ と置き換えられます。また、試料面におけるボケに換算するには M_1 で割ればいわけです。結局、球面収差に関しての PL の寄与は次式となります。

$$d_S^{(2)} = \frac{1}{2} \frac{C_S^{(2)}}{M_1^4} \alpha_o^3 \quad (5)$$

これを (4) と見比べれば、PL の影響の度合いは M_1^4 の比率で減少することがわかります。 $C_S^{(1)}$ と $C_S^{(2)}$ は同程度の大きさとするれば、 M_1 がたとえ 2 とか 3 の程度であっても、PL の球面収差の寄与は無視できることとなります。分解能の計算に際して、ふつう第二レンズ以降の寄与が考慮されないのはこの事情によります。

では、軸外収差に関しての各レンズの寄与はどうでしょうか。上の球面収差の場合には、収差量が開き角の 3 乗で増加するので、像の拡大に伴う開き角の減少の効果が顕著に現れました。しかし軸外収差は、角度 α_o に関してのべきはそれより下がり、かわりに物点の光軸からの距離 x_o のべきが含まれてきます。たとえば、コマ収差は $x_o \alpha_o^2$ に比例するものでした。歪曲収差なら x_o^3 に比例します。

もう一度 Fig.1 を見れば、OL 中の太線の軌道は低い(光軸からの距離が小さい)のに対して、PL では高くなっています。像が拡大されていくので当然です。そこで、位置の 3 乗に比例する歪曲収差は、一般に後段のレンズほど寄与が大きくなります。その他の軸外収差に関しては、その角度と位置の依存性に応じて、異なる位置のレンズが支配的となります。

以上で考察したのは、並んだレンズによって像が単調に拡大されていく系です。たとえば TEM では、高倍率の条件ではそのようになります。しかし TEM でも、低倍の条件は必要です。低倍条件においては、試料面で見える範囲が広がり、倍率が下がるほど試料面での出射位置が大きくなります。そこで、OL 中でも軌道は高くならざるをえず、また全体の倍率を大きくしてはいけなないので、同程度の軌道の高さのままレンズ系を通過していくこととなります。

このような低倍の光学条件では、後段のレンズほど開き角が減少していくとは限らなくなります。そこで、OL だけが分解能に寄与するとはいえなくなります。ところが、低倍であれば高い分解能は要求されないもので、分解能はあまり気にする必要はありません。問題は、歪曲を始めとした軸外収差を除くことです。各レンズ中の軌道がいずれも高いので、これは容易ではありません。

球面収差とは異なり、軸外収差はレンズ間で打ち消し合わせることが可能です。しかし、軸外収差が補正された状況を、倍率の可変範囲全体で実現するのは簡単ではありません。(TEM では、トータル倍率 M として数 10 から 10^6 程度まで必要です。) レンズ強度の組み合わせを決める際には、必要な倍率範囲をカ

バーするだけでは不十分であるわけです。

電子分光系で用いられるレンズ系でも、各レンズの作用は単調でないのが普通です。一つにはやはり、倍率を可変にする目的があります。また、ビームの加減速が途中で行われる場合では、ビームの高さと開き角は複雑に増減していきます。とくに、ビームの減速は開き角の増大を伴うので、減速率の大きな系では、どのレンズ（あるいはアナライザ）が分解能に寄与するかは単純には決まりません。そのようなレンズ系の解析に関しては次回述べる予定です。

12.3 対物レンズの構成と働き

よく用いられる対物レンズの構成と動作を本節で説明します。像を拡大するためのレンズ系における対物レンズを想定して述べますが、電子分光系のインプットレンズのように電子を取り込む目的のもの、あるいは電子プローブを走査する装置の対物レンズでも考え方は同じです。

12.3.1 静電型対物レンズのタイプ

最初は静電型の対物レンズです。静電レンズの動作原理は第4章で説明しましたが、ここでは対物レンズとしての応用を述べます。静電レンズは、電子の加速か減速、あるいはその両方を伴うものであり、大きく次の二つに分類されます。

(1) レンズとしての集束作用をもたせるために加減速を行うもの。

(2) 正味の加減速を行うもの。

このうち(1)は、レンズ中で電子の加減速を行うことで集束作用を得て、レンズを出るときにはもとのエネルギーに戻るようなものです。このタイプは一般にアインツェルレンズと総称されます。レンズ中で減速が行われる場合が減速型アインツェルレンズ、加速の場合が加速型アインツェルレンズです。典型的には3つの電極で構成され、外側の二つの電極をアース電位として、中央電極に加速か減速のための電圧をかけます。

また(2)は、レンズとしての集束作用をおよぼすと同時に、レンズの入口と出口で電子のエネルギーが変化するようなものです。これはイマージョンレンズと総称されます。このタイプでは、レンズの両端がともにアース電位というわけにはいかず、入口か出口の少なくとも一方の電位は浮くことになります。通常は、

試料を負の電位に浮かせてレンズ電極の一部として用い、レンズ出口がアース電位となるようにします。このときは試料が陰極として働くことになるので、試料まで含めたレンズ全体がカソードレンズと呼ばれます。

さて、対物レンズの設計の立場からは、試料面における電子の運動エネルギーの値が重要です。試料から放出される電子を結像する装置では、これは電子の初期エネルギー値のことです。この値によって、対物レンズ中で正味の加減速を行うべきかどうかが決まってきます。

電子の初期エネルギーがあらかじめ決められる例をいくつか挙げておきます。まずXPSでは、試料にX線を照射して試料から放出される光電子を、インプットレンズで集めてアナライザに導きます。この際に取り込むべき光電子のエネルギーは、0 eVから1500 eV程度までです。この系のインプットレンズは対物レンズの一種と見ることができ、光電子でイメージングまで行う場合はもちろんそうです。

また、試料に電子線を照射して、試料からの反射電子を結像させる装置があります。この場合は、試料表面に敏感な低エネルギーの電子を照射して、弾性散乱された電子をイメージングの対象とします。この装置は低エネルギー反射電子顕微鏡 (low energy electron microscope : LEEM) と呼ばれます。この光学系は、表面の結晶構造を調べるLEEDにイメージングの機能を追加したものと見ることができます。結像の対象となるエネルギーもLEEDと同様となり、数 eV から数 10eV の程度です。

別の例として、試料を加熱して出てくる熱電子でイメージングを行うことができます。この場合は、試料の温度に応じて熱電子のエネルギー分布 (マックスウエル分布) が定まり、0 eV から 1 eV 程度までの分布となります。

一方、TEMやSEMでは、電子ビームは試料の構造観察のために用いられるので、試料面における電子のエネルギーとして特定の値が要求されるわけではありません。このような装置では、前回述べたように、エネルギーを高くすればするほど良い空間分解能が得られます。これは、回折収差と色収差が減少するからです。そこで、ビームは電子銃を出る段階でなるべく高い電圧で加速され、そのエネルギー値で試料面に達するようにします。(ただしSEMでは、試料のチャージアップを防ぐなどの理由で、低加速の電子プローブが好まれる場合があります。)

このように、試料位置における電子のエネルギー

値があらかじめ指定される場合と、そうでない場合があります。後者では、ビームエネルギーを高く設定するほど有利となるわけです。では前者の、初期エネルギーが指定される場合でも、試料から出たあとの電子を加速すれば分解能を良くできるのでしょうか？これは結論としては Yes なのですが、事情は少し複雑です。

まず回折収差を考えると、これは試料面での波長 λ_0 と取り込み角 α_0 で決まってしまうのでしたから、そのあとで加速してもしなくても、少なくとも式の上では影響がありません。しかし、あとで見るように、電子を加速しながら取り込むことで C_S と C_C を劇的に小さくできます。そこで、最適開き角は大きいほうにずれ、結果的に回折収差が低減されます。結局、すべての収差が小さくなることで分解能は良い方向に変化します。(現実問題として、小さなエネルギーのまま長い距離を走らせると外乱磁場などの影響を受けやすいので、なるべく早く加速したいという事情もあります。)

一方で、試料から放出された電子を加速することには実際上のいくつかの困難が伴うため、いつでも(2)のタイプの対物レンズが採用されるわけではありません。この事情に関しては、以下で具体的なレンズの構造を紹介しながら述べていきます。

12.3.2 アインツェルレンズ

正味の加減速のない静電型対物レンズの具体例を見てみます。まず Fig.2(a) は、減速型のアインツェルレンズを対物レンズとして用いる例です。構造は三つの電極から成り、両側をアース電位、中央の電極を負の電位とします。中央電極の付近で電子を減速して、またもとのエネルギーに戻す過程でレンズ作用を得ます。

電極間には絶縁のための碍子(ガイシ)が必要ですが、これは図には示していません。レンズ電圧の大きさによっては、放電を防ぐために碍子の領域を大きくとる必要があります。設計者が一番苦勞するのは、碍子の沿面放電を防ぐことです。真空中の電極間の放電に関しては、間隔 1 mm あたり 10 kV 程度まで印加可能とされていますが、実際はもう少し余裕が取られます。なお、図の例では、試料周辺の空間をなるべく空けるために、先端電極の形状を先細りにしてあります。たとえば、対物レンズの脇から試料に向けて X 線を照射するために、このような形状にする必要があります。

図には、試料面の光軸上から出された電子軌道が描かれています。電子の初期エネルギー E_0 は、光電子を想定して 1000 eV としています。レンズを抜けたあとの像側のエネルギーを E_i と記しますが、今の場合は正味の加減速がないので $E_0 = E_i$ です。図は 1 次軌道を描いていて、収差の寄与は含まれません。軌道の様子が見やすいように、試料からの出射角 α_0 として大きめの $\pm 8^\circ$ としています。実際にどのような開き角で用いるかどうかは用途次第です。装置における開き角の制御は、対物レンズ中の回折面位置に回折絞りを置くことで行います。もし場所的に無理があれば、§12.2.1 でも述べたように、下流の共役面に絞りを置くことも可能です。

中央電極の電圧 V_c を変えれば、像面位置が移動します。図では、像面位置 z_i が試料から 100 mm の距離となるように V_c が決められています。そのときの収差係数 C_S 、 C_C の計算値も図に記されています。

C_S と C_C は電子軌道のスケールに比例するので、たとえば E_0 が 10 倍になったときに V_c も 10 倍にすれば、軌道の形状は不変なので収差係数は不変です。もちろん、時間の関数として見た電子の運動は変わりますが、収差係数を決めるのは軌道の形状です。また、試料とレンズ電極を含めた全系をすべて 1/10 のスケールにしたとすれば、収差係数も 1/10 となります。(レンズ電極の形状だけを 1/10 にしてもだめで、試料からの距離も 1/10 に縮める必要があります。)スケールを縮めるのは収差係数を小さくするための安易な方法ですが、放電を防ぐのが難しくなり、また加工精度が出しにくくなります。さらに、試料周りの自由度が制限されるなど、代償がいろいろ出てきます。

一般に、減速型アインツェルレンズの中央電極の電圧値は、ビームのフォーカス位置にも依りますが、たいいては「ビームエネルギーを加速電圧に読み替えたときの数値(の符号を変えたもの)」に近くなります。今の場合でいえば、 $E_0 = 1000$ eV なので、 V_c はだいたい -1000 V となっています。もし V_c がちょうど -1000 V なら、中央電極に電子が達したところで運動エネルギーが 0 となって止まることとなります。しかし、実際に電子が通るのは光軸付近であり、光軸上の電位がどこかで -1000 V になるわけではありません。もちろん、中央電極の電圧を下げすぎると、光軸付近を通る電子が途中で止まって引き返すようなことが起こりえます。

図の右側のグラフは、試料面の光軸上に置かれた点光源に対して、像のボケの径 d を開き角 α_0 の関数として示したものです。(本節では d を空間分解能と

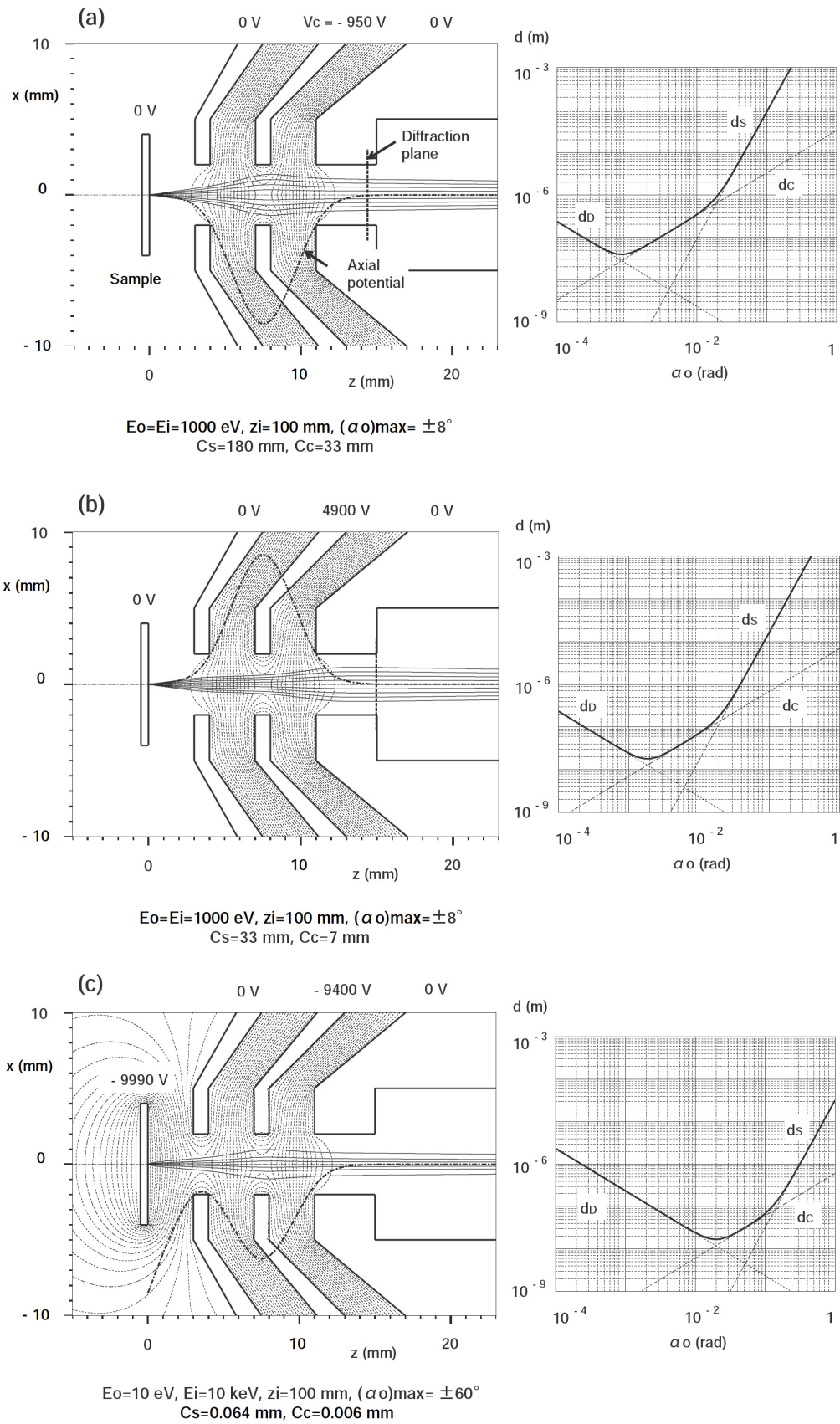


Fig. 2: Three types of electrostatic objective lens: (a) retardation-type einzel lens; (b) acceleration-type einzel lens; (c) cathode lens. The spatial resolution d is assessed by the geometric mean of the diffraction aberration d_D , spherical aberration d_S , and chromatic aberration d_C .

見なして記述しますが、分解能の定義についての詳しい議論は次節以降で行います。) この径は、回折収差 d_D 、球面収差 d_S 、色収差 d_C の寄与からなります。一部はすでに §12.2.2 で用いましたが、まとめて記せば次のようです。

$$d = \sqrt{d_D^2 + d_S^2 + d_C^2} \quad (6)$$

$$\begin{cases} d_D = 0.61 \frac{\lambda_o}{\alpha_o} \\ d_S = \frac{1}{2} C_S \alpha_o^3 \\ d_C = C_C \frac{\Delta E}{E_o} \alpha_o \end{cases} \quad (7)$$

図における d_C のグラフは、エネルギー幅 $\Delta E = 1$ eV を想定した場合です。本例では E_o が 1000 eV と小さいために、回折収差と色収差が大きく、最適開き角での分解能を決めるのはこの両者となっています。この角度の付近では、球面収差は寄与していないことに注意しましょう。(高加速の SEM や TEM では逆に、最適開き角では色収差より球面収差が支配的となります。) グラフから、最適開き角は約 1 mrad、そのときの分解能は 40 nm となっています。

この対物レンズが、たとえば光電子でイメージングを行う装置のものであったとしましょう。(特定のエネルギーの光電子を選ぶために、対物レンズの下流にエネルギーアナライザを置きます。) この場合は、最適開き角までビームを絞ったのでは分光系としての感度が足りません。そこで、分解能を犠牲にして開き角を上げる必要があります。開き角を十分大きくすれば、回折収差も色収差も無視できて、球面収差だけが分解能に寄与するようになります。グラフからわかるように、 $\alpha_o = 0.1$ rad (約 6°) の程度ですでに球面収差だけの寄与となります。

なお、SEM のように電子プローブを走査する装置の対物レンズとして用いる場合、電子ビームは図の右側からやってきて試料に照射されると考えます。この場合は、(6) の d は電子プローブ径を与え、したがって走査型装置の分解能に対応する量となります。

Fig.2(b) は、同じ電極構造を加速型のアインツェルレンズとして用いる場合です。(a) との違いは中央電極の電圧値 V_c であり、加速型では正の電圧が印加されます。減速型のアインツェルではビームの加速電圧と同じくらいの絶対値の電圧でしたが、加速型アインツェルでは、加速電圧の少なくとも数倍程度の値が必要です。図の場合は約 5 倍の値となっています。減速型では、電子を減速させた後で、ゆっくり走って

いる領域で集束作用を及ぼすので、強い作用が比較的容易に得られます。加速型では反対の状況となり、非常に大きな電圧をかけないと所定の集束作用が得られません。

一般に、アインツェルレンズを用いて決まったエネルギーの電子を集束させる場合、減速型よりも加速型で動作させる方が収差係数は小さくなります。減速型では、電子は中央電極に向かう領域で減速され、追いつく向きに力を受けます。よって、その領域でビームがふくらんで光軸から離されてしまいます。加速型では逆に、中央電極による加速場で引き込まれるので、先にビームが細く絞られます。そこで、レンズ場中の軌道の高さは加速型の方が低く抑えられ、その結果として収差係数が小さくなります。Fig.2(b) の右のグラフからわかるように、加速型では分解能は約 20 nm にまで下がります。

一方で、加速型アインツェルでは V_c の絶対値が大きくなるので、放電が問題となります。電子の初期エネルギーが 1000 eV 程度ではなんとか可能であっても、それより大きな初期エネルギーに対して、それをさらにレンズ中で加速するというのは苦しくなります。したがって、電子の初期エネルギーが小さくて、かつ収差優先の場合は加速型、そうでなければ減速型という使い分けとなります。

12.3.3 カソードレンズ

前項のアインツェルレンズにおいて、減速型より加速型の方が収差が良くなる理由は、後者の方がレンズ場中の軌道が低く抑えられるからでした。軌道を低くする目的のためには、試料面に強い加速電場をつくり、試料からある角度で出た電子をすぐに光軸側に引き戻すのが最も効果的です。これによる収差低減の効果は、試料面に磁場をかける場合よりも顕著に現れます。実際、収差補正のための特別な手法を除けば、試料面に直接電場をかけるのが、収差係数を小さくするための最も有効な方法です。

しかしながら、この方法を採用できるかどうかは電子の初期エネルギー E_o 次第です。収差の低減を望むには、ある程度大きな加速率が必要です。(加速率と収差の関係はあとで示します。) たとえば、 $E_o = 10$ eV の電子を 10^3 倍のエネルギーに加速して 10 keV にすることは難しくありませんが、 $E_o = 1000$ eV となると、上と同じ加速率を得るには 10^6 V の電圧がどこかで必要となり、現実的ではありません。

さて、加速場はレンズ作用はもつものの、それだけ

では実像はできず、試料面の虚像が試料の後ろ側につくられます(第4章を参照してください)。そこで、実像を得るためには、加速場の下流に集束のためのレンズを置く必要があります。Fig.2(c)はその例です。この図では、集束のためのレンズ場として(a)の減速型アインツェルレンズをそのまま用いています。このような、「加速場+集束レンズ」という系がカソードレンズと呼ばれます。

Fig.2(c)では初期エネルギーを $E_0 = 10$ eVとして、これを10 keVまで加速しています。このために試料を -9990 Vに浮かせ、アース電位である第一電極との間に加速場をつくります。もちろん、試料をアース電位にして後ろの電極の電位を浮かせても同じ電場分布がつくられますが、最終的にレンズを抜けたときにアース電位になるのが都合がいいので、通常は図のようにします。ここでは集束のために減速型アインツェルレンズを適用しているわけですが、これを加速型アインツェルに変更するのは無理があります。第一電極の位置に達したときに、電子のエネルギーはほぼ10 keVになっているので、中間電極にこの数倍の電圧値が必要なことを考えれば現実的ではありません。

このような強い加速によって、収差係数は非常に小さな値となります。この例ではミクロンオーダーの収差係数になっています。図における試料面での電子軌道の開き角は $\pm 60^\circ$ であり、Fig.2(a)と(b)の場合に比べて一桁近く大きい値であるにもかかわらず、軌道はより低くなっています。

なお、一様な加速場に対しては電子軌道は放物線となるので、加速場の作用だけを考えるなら解析的な扱いが可能であり、収差係数に対しての具体的な表式を導くことができます。(虚像位置に関する収差係数です。)もちろん、加速率を大きくすればするほど収差係数を小さくできます。収差係数に対しての具体的な表式は省略しますが、いまの例では、 C_S と C_C に対しての加速場の寄与はともに 0.003 mmとなります。一様な加速場の収差はこのように小さいものですが、その後につけ足した減速型アインツェルレンズのために、全体としての収差はそれよりも劣化します。しかし、開き角の大きな軌道が最初に加速場で絞られているので、Fig.2(a)の場合の収差係数に比べればはるかに小さな値が実現されています。つまり、加速場に続く集束レンズの収差がある程度大きくても、加速場を用いるメリットが損なわれることはありません。

さて、加速場を用いることで収差係数を非常に小

さくできるわけですが、分解能がどうなるかはまた別の話です。まず E_0 が小さく、よって波長 λ_0 が長いことから、回折収差は大きくならざるをえません。また、同じく E_0 が小さいために $\Delta E/E_0$ が大きくなり、これは色収差にとって不利です。しかし、球面収差に関しては、 C_S が減った分だけ d_S は下がります。これらの結果として、分解能としてはFig.2(a)、(b)と同程度の17 nmにしかありません。

しかし、これは加速場を用いることのメリットを否定するものではありません。同じ E_0 に対して、加速を行わないFig.2(a)、(b)のレンズを採用したらどうなるのでしょうか。その場合は、カソードレンズよりもはるかに大きな C_S と C_C に戻るだけではなく、波長が大きく、かつ $\Delta E/E_0$ が大きいという事情はそのまま残るので、極端に悪い分解能しか得られません。たとえば、 $E_0 = 10$ eVに対して減速型アインツェルを適用したとすると、分解能は 1.3 μm となります。これは、カソードレンズより2桁悪い値です。すなわちカソードレンズでは、加速場を用いることで、指定された E_0 に対してできる限りの良い分解能を得ることができるのです。

このような加速による効果は、加速率が下がれば低減されるはずですが、Fig.2(a)では $E_0 = E_i = 1000$ eVでしたが、これをカソードレンズに変更して、同じ E_0 に対して $E_i = 10$ keVに加速してみましよう。すなわち加速率が10です。この加速によって、 $E_0 = 1000$ eVのままに正味の加速を行わないアインツェルレンズと比べて、メリットが生じるのでしょうか。実際に収差係数を計算してみると、このカソードレンズの収差係数は、 $C_S = 29$ mm、 $C_C = 2.4$ mmとなります。Fig.2(a)の減速型アインツェルと比較すれば、加速の効果は十分ありますが、(b)の加速型アインツェルの収差係数と比べてそれほど違うわけではありません。つまり、加速率が10程度であると、加速の効果はそれほど劇的には現れません。カソードレンズにしてしまうと、試料の電位が浮くというデメリットが残るので、どちらを採用すべきかは判断に苦しむところです。

なお、カソードレンズにおいては、試料はレンズ電極の一部として働くことになり、試料表面でもっとも強い電場がつくられます。そこで、凹凸のある試料の場合は、試料移動によってレンズとしての動作が変わってしまうことがあります。試料を傾けたりすればなおさらです。また絶縁体の試料では、試料面の電位が定まりにくく、微小放電が起こりやすくなる場合もあるので、安定した動作が難しくなります。しかしもちろん、 E_0 が小さい場合のカソードレンズの効果は

絶大であり、これに匹敵する分解能は他のタイプのレンズでは不可能です。

12.3.4 磁場型対物レンズ

磁場型レンズは、基本的には、コイルとそれを囲む透磁率の高い磁性体（ヨーク）から成ります。（磁場型レンズの構成に関しては第2章で概略を述べました。）ヨークはギャップをもち、そこからもれ出る磁場をレンズ場として用います。ヨークのうちで、そのギャップ付近はとくにポールピースと呼ばれ、磁場を集中させるような形状となっています。TEMの対物レンズのポールピースは、分解能を優先するとか、あるいは試料を大傾斜させるなどの要求に応じて、交換可能になっているのが普通です。

Fig.3(a)は、磁場中に試料を置くタイプのもので、これはインレンズと呼ばれます。TEMではこのような対物レンズが通常ですが、SEMの対物レンズでも高分解能のものはこのタイプです。図ではコイルやヨーク部分は省略して、ポールピースの先端部分だけを示しています。図のたとえば左側がN極、右側がS極となり、N極からS極に向かう磁力線の一部が試料を通過します。

場所的な制約に関していえば、磁場型レンズはヨークとコイルが必要なので、電極と碍子だけで済む静電型よりも場所をとります。また、コイルは発熱してガスを出すので、試料が真空中であっても、コイルだけは大気側に置きたいという事情もあります。静電レンズは全体を真空中に漬けることができるので、その意味で静電型は便利です。

磁場型レンズでは電子の加減速は行われないので、正味の加減速を行わないアインツェルレンズと同類となります。しかし収差係数は、アインツェルレンズよりも磁場型レンズの方が一般には小さくできます。（ただし、 E_0 の小さな電子を加速場で引き込むカソードレンズにはかきません。）インレンズタイプの磁場型レンズでは、 C_S と C_C は1mm前後の値が典型的です。

磁場型レンズにおいて、収差係数を小さくするための考え方は静電レンズと同様です。すなわち、試料からある角度で出た電子軌道をなるべくやく光軸側に引き戻して、軌道を低く抑えます。そのためには、ポールピースのギャップ中の磁場強度を可能な限り大きくして、軸上磁場分布 $B(z) = B_z(0, 0, z)$ のピーク位置に試料を置きます。

ただし、広い領域で磁場をつくってしまっただけ

です。なぜなら、ビームの結像位置は決まっているので、試料を出た軌道がすぐ集束してしまわないように、試料面近傍でだけ強く、そのあとすぐに減衰するような $B(z)$ でなければなりません。理想をいえばデルタ関数のような分布です。この点、加速電場の場合は、いくら加速が強くても集束作用が強くなりすぎる心配はありません。（つねに虚像をつくるのでした。）

試料付近の磁場の集中度はポールピースの形状で決まり、コイルの位置やヨーク形状にはほとんど依存しません。そこで、設計者がもっとも時間をかけるべきは、ポールピースの形状の決定です。基本的には、ポールピースの先端を尖らせて、ギャップに磁場が集中するようにします。しかし、あまりやりすぎると磁極が磁気飽和を起こして、かえって $B(z)$ の幅が広がってしまいます。また、ギャップを狭めすぎると試料周りの自由度を制限することになります。計算機によるポールピース設計の自動化に関して、文献[5]に報告があります。

Fig.3(b)は、セミインレンズと呼ばれるタイプで、ポールピースが両極とも試料より像面側にあります。ポールピースのたとえば内側（光軸側）がN極、外側がS極となり、N極から出た磁力線のうちで、回り道をして試料付近を通過してからS極に向かうものがレンズ作用を及ぼします。この構造なら試料周りの空間が広く取れるので、SEMの対物レンズとしてしばしば採用されます。しかし、試料面での磁場の集中度はインレンズタイプより劣るのは仕方ありません。これは軸上磁場分布 $B(z)$ の広がりを見れば明らかです。分解能もやはり劣った値となります。

また、計算例は示しませんが、試料の後ろ側にポールピースを置くシュノーケルレンズと呼ばれるものがあります。これは、Fig.3(b)のレンズを、試料面に関して左右反転して置いたようなものです。形成される磁場分布もやはり左右反転したものになります。このタイプは、ビームの進行側の空間をまったく占有しないという点で有利となります。しかし、試料からビームの進行側に $B(z)$ の分布がすそを引いてしまうので、試料近傍での磁場の集中度という意味ではセミインレンズよりも若干劣ります。

Fig.3(c)は、先に述べたカソードレンズの一種で、加速場に続く集束のためのレンズとしてFig.3(b)のセミインレンズを置いた例です。この構成では、加速場と磁場が試料位置に重畳されることと、もともと減速型のアインツェルレンズよりも磁場型レンズの方が収差係数が小さいことから、一様加速場の収差係数に近づきます。試料からある角度で出た電子をな

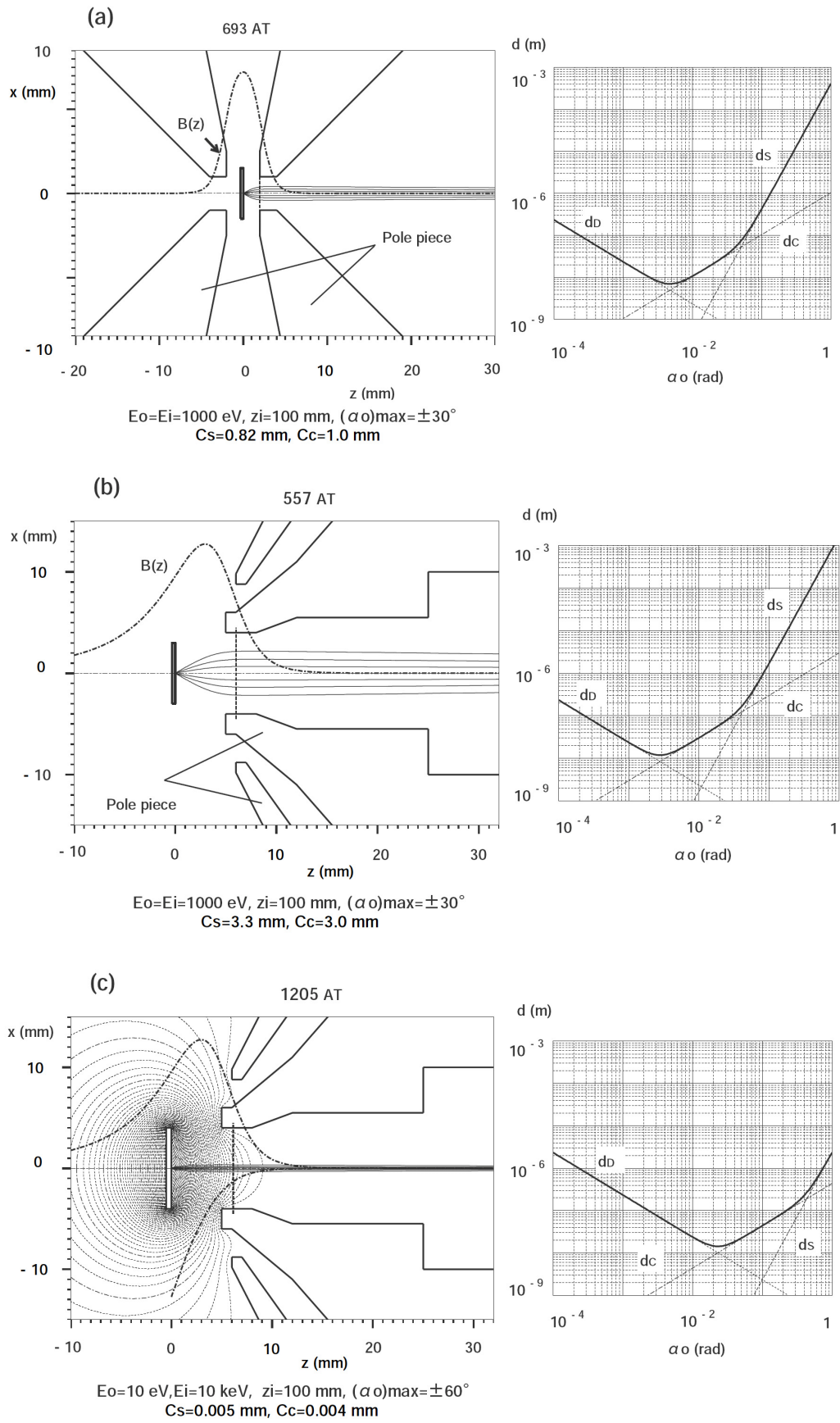


Fig. 3: Three types of magnetic objective lens: (a) inlens type; (b) semi-inlens type; (c) cathode lens with a magnetic field for focusing.

るべく早く光軸に引き戻すという意味では、一様加速場と磁場を同じ場所に重畳させたこの構成が、カソードレンズとして最も理想的なものです。

ここで示した計算例は、いずれも試料面に磁場をつくるものですが、それが許されない場合もあります。たとえば、試料が磁性体であるときです。あるいはAESのように、電子照射系の対物レンズの脇に分光系のインプットレンズが置かれるような場合もそうです。そのときは、試料から離れた位置に磁場がつけられるようにポールピースを配置する必要があります。汎用のSEMでは、そのような対物レンズが一般的です。

12.4 像の評価

本節から、対物レンズによってつくられる像とその評価に関して述べます。これを考えるに際しては、次の二つのテーマを混同しないように注意する必要があります。すなわち、像の良し悪しをどのように評価するかという問題と、そのような像がレンズの性能どう関係するかという問題です。本節では、像の成り立ちと評価方法に関して述べ、次節 § 12.5 において光学系の具体的な寄与を議論します。

12.4.1 レンズによる像の形成

平面上にストライプ状のパターンが並べられていて、それをレンズで結像させるとします。試料とその像の関係は、たとえば Fig.4 のようになります。試料は、光源としてインコヒーレントであると仮定します。すなわち、何かで照明されているのではなく、パターン上の各点がそれぞれ独立に電子を発生させる状況です。たとえば、試料に X 線を照射して出てくる光電子がそうです。図では、物面（すなわち試料面）と像面における強度のラインプロファイルも描かれています。

Fig.4 において、電子が放出されるパターン上の領域は、独立な点光源の集まりと見なすことができます。それらの点光源は、像面においてそれぞれボケた強度分布をつくります。とくに軸上光源、つまり光軸上に置いた点光源がつくる像は点像分布関数 (point spread function) と呼ばれ、前回それを $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ と記しました。ここで $\mathbf{r}_i = (x_i, y_i)$ は像面の座標です。

点像分布関数 PSF は、空間分解能に直接に関与す

るものです。§12.2.2 の最初に述べたように、分解能とは「物面上の一点がどれだけボケるか」という量です。そこで、像面でのボケ量を倍率 M で割って物面換算したのと同様に、点光源像を表す関数自身も物面換算して考えるべきです。すなわち、倍率を考慮して点像分布関数を物面に引き戻して、それを $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ とします。 $(\mathbf{r}_o = (x_o, y_o))$ は物面の座標です。これが、物面上の一点がどのようにボケるかを与える関数です。

以下では簡単のために、像面自体を物面と同じスケールに引き戻して、物面と像面を重ね合わせて考えます。(Fig.4 のように、像面を物面と同じ大きさにして並べて考えるというだけのことです。) この約束のもとで、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ は $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ と同じ関数となります。気持ちとしては、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ と書いたときは物面の一点のボケを想定していて、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ と書けば点光源像です。しかし、両者を積極的に区別すべき理由はありません。以下では、引数が重要でないときは、単に PSF と記します。

注意点として、関数 PSF は位相まで含んだ複素振幅ではなく、その絶対値の自乗としての強度分布、すなわち電子の電流密度分布を与えるものです。よって PSF は実数関数で、しかもつねに正です。この関数はレンズの収差だけではなく、試料上での取り込み角や、レンズのデフォーカス値にも依存します。PSF がそれらの条件によって決定される様子は次節 § 12.5 で議論しますが、それまでは、PSF が与えられたものとして考えます。

さて、像を計算するには、試料面上の各点を $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ のようにボケさせればいわけです。ただし、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ はあくまで軸上点のボケを与えるものであり、もしレンズが軸外収差をもてば、ボケは光軸から離れるほど大きくなっていきます。しかし、物面上での視野が十分狭ければ、すなわち光学系全体としての倍率が十分大きければ、その変化は無視できます。本章における主題は対物レンズなので、像が最終的に複数のレンズで拡大される場合を想定して、軸外収差の寄与は無視します。

軸外収差がなければ、軸外点のボケは、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ を単に平行移動するだけで済みます。この場合は、像面での強度分布 $I_i(\mathbf{r}_i)$ は、物面での強度分布 $I_o(\mathbf{r}_o)$ と $\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ とのコンボリューションとして与えられます。すなわち次式です。

$$I_i(\mathbf{r}_i) = \int \text{PSF}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_o) I_o(\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o \quad (8)$$

$\text{PSF}(\mathbf{r}_o)$ さえ与えられれば、上式を使って、任意の試料に対する像が計算できます。インコヒーレント光

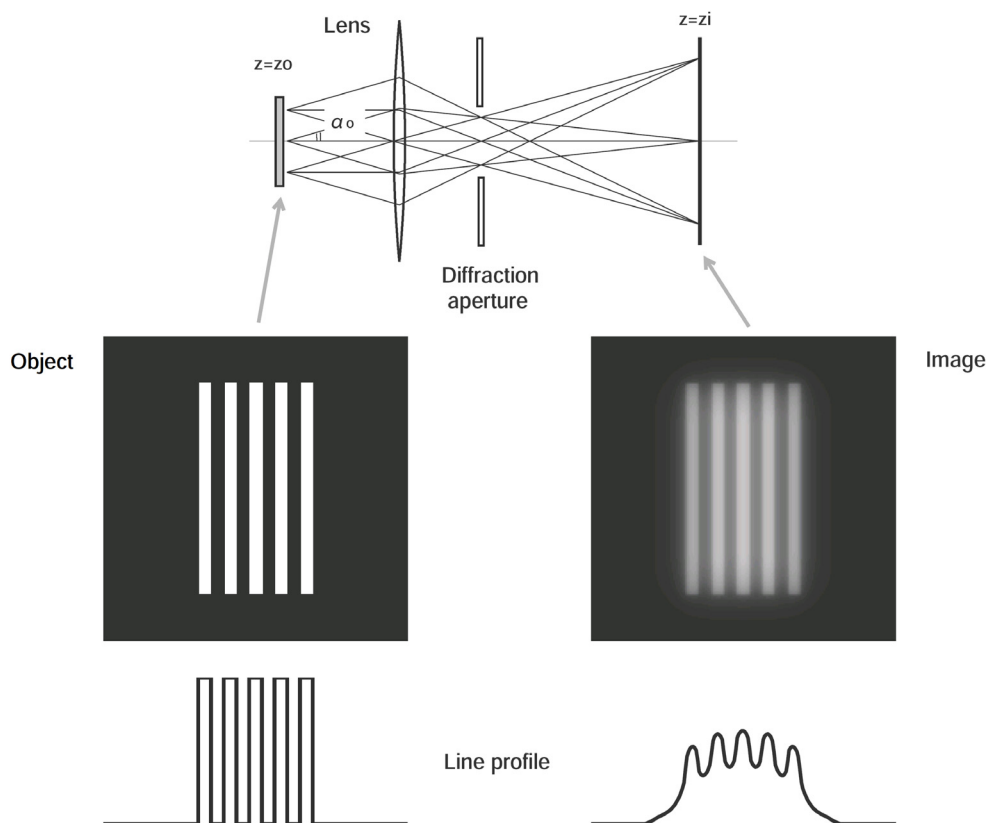


Fig. 4: Imaging of a series of white rectangular bars (stripes) by a lens. The image is blurred by the limit of spatial resolution of the lens.

源に対しての像形成は、この式で尽くされています。

コンボリューションという操作は、物理や工学のさまざまな分野で現れます。現実に行われる物理的な測定は、それがどんなものであれ、測定装置の分解能によって制約を受けます。その制約を具体的に表現するのがコンボリューションです。あるいは、積極的に「平滑化」を意味する場合もあります。

一般に、コンボリューションとして表される現象の本質は、「各点が同じボケ方をする」ということと、それらのボケが足し算として重ね合わされるということです。光学系の場合に、各点が同じようにボケるのは、軸外収差を無視した結果です。もう一つの重ね合わせに関しては、光学系では当たり前のように思えますが、しかしそうではありません。像が強度の重ね合わせになるのは、試料面がインコヒーレントで位相の相関のない場合だけです。もし像面において、波としての重ね合わせ（すなわち複素振幅の重ね合わせ）が起きれば、干渉によって強め合ったり弱め合ったりするはずですが。そのような効果は、強度の足し合わせである(8)には含まれていません。物体と像の強度分布の関係は、インコヒーレントの場合だけコンボリューションとなり、コヒーレントの場合はそうな

りません。この事実、光学系というものを理解する上で非常に重要です。

さて(8)において、 $I_o(\mathbf{r}_o)$ と $I_i(\mathbf{r}_i)$ の関係が正しく与えられるためには、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ に対してなんらかの規格化が必要のようです。(8)において、点光源を $I_o(\mathbf{r}_o) = \delta(\mathbf{r}_o)$ として与えると、 $I_i(\mathbf{r}_i) = \text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ が得られます。デルタ関数 $\delta(\mathbf{r}_o)$ を物面上で積分すれば1です。よって、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ の決定のために想定される点光源は、像面側の半空間に放出される全電流値が1(単位は任意)であるようなものです。

この約束のもとで $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ が決定されれば、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ を像面上で積分した値ははっきりした意味をもちます。すなわち、電流が1の点光源に対する像の全電流値(像面にスクリーンを置いたときの吸収電流値)です。もしこの値が1より小さければ、それは電流がどこかで失われたことを意味します。(多くの場合、回折絞りによって開き角が制限されることによるものです。)そこで、 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i)$ の積分値は、物面から像面への電流の到達比率を与えることとなります。これは点光源の場合だけではなく、より一般の結像においてもそうです。(8)から示されます。

12.4.2 分解能とコントラスト

前項の Fig.4 のようなストライプ状のパターンの結像をもう少し詳しく考えましょう。光学レンズ、たとえばカメラレンズでは、空間分解能の測定のためにこのような解像チャートが用いられます。ストライプのピッチ(周期)を細かくしていったときに、たとえば1000本/mmまで縞模様が解像可能であるといった評価が行われます。(光の分野では「空間分解能」よりも「解像度」という用語が一般的です。)

Fig.5は、PSFを固定した上で、パターンピッチを徐々に細かくしていったときのラインプロファイルです。図の(a)は、PSFのボケに比べてストライプのピッチが十分大きい場合です。この場合は当然ながら、試料上のプロファイルをよく再現した像が得られます。ストライプのピッチを細かくしていくと図の(b)、(c)のように変化していきます。各点のボケPSFが一定であれば、ピッチが細くなるほど像の忠実度が劣化するのは当然です。各パターンボケがすそを引いて近隣のパターンに食い込むことで、強度分布がならされていきます。

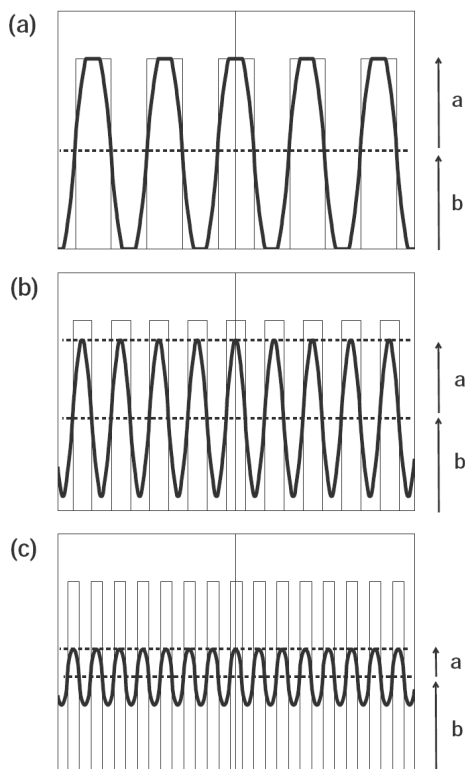


Fig. 5: Contrast $\sigma = b/a$ of the image diminishes as the width of the stripes on the object plane is made smaller.

Fig.5におけるラインプロファイルの変化を、もう少し詳しく見てみましょう。試料面でのストライプのパターンは、大雑把に見れば正弦的な強度変化を持っています。それが結像されてたとえば図(c)となっても、正弦的な強度変化はそのまま残されていることに注目しましょう。つまり、強度変化の周期は不変です。何が変わったかといえば、それは強度変化の振幅です。すなわち正弦的な物体は、結像によってボケるというよりも、振幅が減衰するという見方をすべきです。

像における強度変化の振幅は、**コントラスト**(contrast)と呼ばれます。あるいは**変調**(modulation)ということもあります。Fig.5の例では、図に示されている強度分布の平均値 b と変化の振幅 a の比が、コントラストとして定義されます。すなわち、コントラスト σ が次式で与えられます。

$$\sigma = \frac{a}{b} \quad (9)$$

コントラストの取りうる値は0から1までであり、図(a)が最大値1をとる場合です。なお(9)の定義は、像だけではなく、試料面においたパターンに対しても適用されます。今の場合、試料面のパターンコントラストはもともと1であり、それが結像されることで σ に変化したというわけです。

なお、文献におけるコントラストの表式は、 $\sigma = (I_{max} - I_{min}) / (I_{max} + I_{min})$ の形が多いようです。ここで、 I_{max} と I_{min} はそれぞれ強度分布の最大値と最小値です。今の場合 $a = (I_{max} - I_{min}) / 2$ 、 $b = (I_{max} + I_{min}) / 2$ となり、よって(9)の定義と一致します。

(9)における b は、電気回路の用語を用いて、直流成分あるいはDC成分と呼ばれることがあります。あるいは、背景、バックグラウンド、ベースということもあります。たとえば光学顕微鏡やTEMの明視野像のように、一様な明るい背景に対しての明暗で像が形成されている場合は、 b を背景と呼ぶのが自然です。しかし、一般には b は単に平均値であって、背景というニュアンスとは異なります。そこで以下では、 b をベース値と呼ぶことにします。強度分布はつねに正であり、そのためには $b \geq a$ でなければなりません。

コントラストという用語は、大まかには「画像の明暗の差」という意味合いで用いられます。たとえば、(9)の σ がいくら大きくても、画像表示装置のダイナミックレンジの一部しか利用していなければ、明暗の差のない様に暗い像にしか見えません。そのような像に対して、「コントラストが低い」といういい方

を通常します。しかしここでは、表示方法に依存する量は考えずに、像としての純粋なコントラストを与える(9)を定義として用います。光学系の評価のためには、この立場が適しています。

さて、本項で最初に述べた光学系の分解能はどうかだったのでしょか？ ストライプ状のパターンのボケを考えるはずが、実際にはストライプはボケるのではなく、コントラストが劣化することがわかったわけです。分解能の定義の一つの可能性として、「認識可能なコントラストが得られるようなピッチの最小値」という定義がしばしば用いられます。認識可能なコントラストとは一体いくらかは議論の余地がありますが、たとえばそれを $\sigma = 0.05 = 5\%$ として、いくらのピッチまでこのコントラストが保持されるかを調べます。光学レンズに対しては、そのような検査によって、1 mmあたり何本まで解像可能というような評価が行われます。(コントラストという量を介して分解能が定義されていることに注目しましょう。)

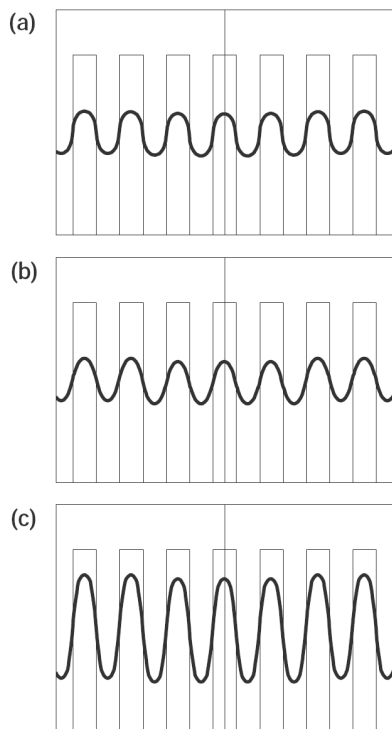


Fig. 6: The quality of an image is affected by the transfer ratio of the Fourier components of an object. Image (a) contains higher-order harmonics correctly as compared with image (b). On the other hand, image (c) is superior to image (a) with regard to the contrast of the fundamental frequency.

上に述べた分解能の定義は妥当なものですが、しかし、この量だけで系の良し悪しを判定することはできません。例として、Fig.6の(a)と(b)を比べてみましょう。これらはコントラストの値としては同程度ですが、しかし像質が同じというわけにはいきません。図の(a)の方が、(b)よりもストライプの強度分布を忠実に反映していて、エッジの立ち上がりがよく再現されています。よって、図(a)の方に良い分解能を与えるべきでしょう。あるいは、図(c)のような像ではどうでしょうか。この像は、図(a)よりもコントラストの面では優れていますが、しかしストライプ形状の忠実度としては劣っています。そこで、図(a)と(c)のどちらがよい像であるかは、一概にはいえませんでしょう。

これらの例は、ストライプのピッチとコントラストの関係だけでは光学系を正等に評価できないことを示しています。ストライプのパターンをフーリエ展開して考えるなら、基本周波数と、その整数倍となる高調波成分を含んでいます。そこで、Fig.6の(a)と(b)の違いは、高調波成分の再現の度合いによって説明されるべきものでしょう。

この議論によって示唆されることは、コントラストという量は、ストライプ状のパターンと像に対して与えるのではなく、正弦的な強度分布の周期ごとに与えるべきであるということです。すなわち、パターン強度分布をフーリエ成分に分解して、その成分ごとに、物面から像面へのコントラストの伝達を考えるべきです。たとえば、あるフーリエ成分のコントラストが物面で1であるとき、像面でのコントラストがいくらになるかを調べることができるでしょう。この操作をすべてのフーリエ成分に対して行えば、その結果は光学系を特徴づけるものとなるはずです。

このように、コントラストの伝達をフーリエ成分ごとに扱うことは、光学系の空間周波数応答を考えることに他なりません。周波数特性を与えることで、光学系の性能が完全に記述されます。これは、分解能という一つの数値で光学系を評価しようとする従来の立場に代わろうとするものです。次項において、空間周波数応答に関する定式化を行い、分解能の定義に関しては§12.5.3で議論します。

12.4.3 空間周波数特性

光学系の空間周波数応答は、音響装置や電気回路の時間的な応答と対応づけて説明がなされることがあります。周波数応答によって特徴づけられる系は、

その「周波数」が空間的なものであれ時間的なものであれ、一般に線形応答性と呼ばれる性質をもちます。

たとえば、オーディオアンプを考えてみましょう。アンプの役割は、入力された音響の信号を何倍かに増幅することであり、入力波形をなるべく保ったまま出力させることが要求されます。正弦波の入力に対して、出力がひずんだ波形になっていれば、それは入力に含まれなかった周波数成分が出力で生じたということです。そのようなアンプでは、原音の音質を再現できません。(このような忠実性を昔は「ハイファイ」といっていましたが、最近はそれがあたりまえになってしまったせいか、あまり聞きません。)

入力と同じ周波数だけが出力に現れるのは、一般に線形応答系 (linear response system) と呼ばれるものの性質です。(工学の分野では「線形システム」ということが多いようです。) これは、系をブラックボックスとして捉えたとき、もっともすなおな応答を示すようなものです。信号の伝達あるいは処理のための多くの系が、適当な近似のもとで線形応答系として振舞います。線形応答系では、入力と同じ周波数成分しか出力に現れないので、周波数ごとに振幅と位相の変化のしかたを調べれば、それで系の性質が決まります。これがいわゆる周波数特性です。

線形応答系は、一般に次のように定義されます。入力 $f_1(t)$, $f_2(t)$ に対しての出力がそれぞれ $g_1(t)$, $g_2(t)$ であるとき、入力 $f_1(t) + f_2(t)$ に対しての出力が $g_1(t) + g_2(t)$ となるような系です。いいかえれば、重ね合わせの原理が成り立つような系です。

線形応答系のうち、応答の仕方が変数 t によらないとき、**推移不変** (shift invariant) であるといわれます。とくに t が時間の場合、「時不変性」です。この要求をみたす線形応答系においては、入力 $f(t)$ と出力 $g(t)$ の関係は、コンボリューションとして次式のかたちで与えられます。

$$g(t) = \int h(t-t')f(t')dt' \quad (10)$$

上式における関数 $h(t)$ は、系のインパルス応答としての意味をもちます。すなわち、デルタ関数 $\delta(t)$ が入力されたときの応答が $h(t)$ です。任意の関数はデルタ関数を足し合わせて構成できるので、デルタ関数に対しての応答がわかれば、任意の入力に対しての応答は重ね合わせの原理から求めることができます。推移不変性によって、任意の時刻における応答は、 $h(t)$ を平行移動することで与えられます。逆に、入出力の関係が (10) で与えられれば、重ね合わせの原理が成

立し、かつ推移不変性をみたすことは明らかです。ここで、系が推移不変な線形応答系であることと、入出力の関係が (10) で与えられることは同値です。

上の議論を続ける前に、光学系の言葉に戻しておきましょう。光学系における物体と像の関係は、§12.4.1 の (8)、すなわち、

$$I_i(\mathbf{r}_i) = \int \text{PSF}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_o)I_o(\mathbf{r}_o)d\mathbf{r}_o \quad (11)$$

で与えられました。この式で物体 $I_o(\mathbf{r}_o)$ を入力、像 $I_i(\mathbf{r}_i)$ を出力と見れば、(10) のかたちをしています。線形応答性は、像面において強度の重ね合わせが行われることに対応します。点光源像 PSF がインパルス応答であり、推移不変性は、PSF が光源の位置によらないこと、つまり軸外収差を無視することに対応します。

光学系に対して、入力と同じ周波数成分だけが出力に現れることを確認してみます。まず入力 $I_o(\mathbf{r}_o)$ をフーリエ成分に分解します。すなわち、次式で定義される $I_o(\mathbf{r}_o)$ のフーリエ変換を考えます。

$$\hat{I}_o(\mathbf{k}) = \int I_o(\mathbf{r}_o)e^{-i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_o}d\mathbf{r}_o \quad (12)$$

この $\hat{I}_o(\mathbf{k})$ は、物体がもつフーリエ成分 $e^{i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_o}$ の振幅と位相を与えます。

物体の一つのフーリエ成分に注目して、その応答を調べてみましょう。(11)において $I_o(\mathbf{r}_o) = e^{i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_o}$ とおき、コンボリューションの対称性 $f * g = g * f$ を用いれば、

$$\begin{aligned} I_i(\mathbf{r}_i) &= \int \text{PSF}(\mathbf{r}_o)I_o(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_o)d\mathbf{r}_o \\ &= e^{i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \int \text{PSF}(\mathbf{r}_o)e^{-i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i}d\mathbf{r}_o \\ &= e^{i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} \mathcal{F}\{\text{PSF}(\mathbf{r}_o)\} \end{aligned} \quad (13)$$

となります。ここで \mathcal{F} はフーリエ変換の操作を表します。この結果は、周波数 \mathbf{k} の正弦波入力に対して、出力が同じ周波数 \mathbf{k} の正弦波となることを示しています。

このように、正弦波の応答が正弦波であることは、入出力の関係がコンボリューションで与えられるという事実だけから導かれます。これは、電気回路などでは当たり前のように思えますが、しかし光学系ではそうではないでしょう。各点が同じようにボケることがコンボリューションですが、その結果として正弦物体はボケて別の形になるのではなく、像も正弦的であることが保証されるわけです。これは、PSF の

分布にはよらず、したがってレンズの性能とは無関係です。

さて、正弦波の応答が正弦波であるので、この系の周波数応答特性を考えることができます。これを与える関数は、すでに(13)で現れています。すなわち(13)の意味するところは、 \mathbf{k} 成分の入力から出力への伝達比率 $\hat{I}_i(\mathbf{k})/\hat{I}_o(\mathbf{k})$ が、PSFのフーリエ変換 $\mathcal{F}\{\text{PSF}\}$ で与えられるということです。この関数は**光学伝達関数** (optical transfer function : OTF) と呼ばれ、関数自身もしばしばOTFと記されます。OTFの定義と性質を一緒に書けば、次式となります。

$$\text{OTF}(\mathbf{k}) = \mathcal{F}\{\text{PSF}(\mathbf{r}_o)\} = \frac{\hat{I}_i(\mathbf{k})}{\hat{I}_o(\mathbf{k})} \quad (14)$$

上で導いたOTFは、形式的には(11)の両辺のフーリエ変換をとれば直ちに得られます。前回も用いましたが、一般に二つの関数のコンボリューションのフーリエ変換は、その二つの関数のフーリエ変換の積となります。すなわち、二つの関数 f, g に対して、 $\mathcal{F}(f * g) = \hat{f} \cdot \hat{g}$ です。この定理を(11)に適用すると次式が得られます。

$$\hat{I}_i(\mathbf{k}) = \text{OTF}(\mathbf{k}) \hat{I}_o(\mathbf{k}) \quad (15)$$

これは、物面から像面へのフーリエ成分の伝達が一対一であり、OTF(\mathbf{k})が周波数フィルタとして働くことを直接に示しています。

OTFがPSFのフーリエ変換で与えられることは、PSFがインパルス応答であることからの帰結です。デルタ関数はすべての周波数成分を同等に含むので、その応答であるPSFを調べれば、どんなフーリエ成分がどんな比率で伝えられたかがわかるというわけです。

PSF(\mathbf{r}_o)は正の実関数ですが、これは軸上光源のボケを与えるので、つねに偶関数です。つまりPSF($-\mathbf{r}_o$) = PSF(\mathbf{r}_o)です。一般に、実で偶の関数のフーリエ変換は、実で偶です。つまり、OTF(\mathbf{k})はいつでも実で偶の関数となります。(しかし正とは限りません。) OTF(\mathbf{k})が実であることは、物面での正弦物体の位相が像面で保たれ、横ずれしないことを意味します。これはPSFの対称性を考えれば当然のことです。OTF(\mathbf{k})は、 \mathbf{k} 成分の振幅の変化を与えるものとなります。

光学系の周波数特性は、すべての \mathbf{k} に対してOTF(\mathbf{k}) = 1であることが理想です。しかしこれは、PSFがまったくボケずに、物体と像が一致することを意味しています。一般には、とくに高周波成分の伝達が不足することで、シャープさが失われた像になる

でしょう。そのような変化の仕方を、物体の選び方に依存しないかたちで与えるものがOTFです。

さて、(14)が与えるOTFは、物面から像面へのフーリエ成分の伝達比率を与えます。しかし、われわれに興味があるのはフーリエ成分の値自体ではなく、そのコントラストです。すなわち、各フーリエ成分のコントラストがどのように伝達されるかを与える関数が欲しいわけです。

コントラストの伝達を考えるために、一つのフーリエ成分だけを持つ物体を考えて、結像によるコントラストの変化を調べてみましょう。ただし、コントラストを議論するにはベース値、つまり $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ の成分が同時に存在しなければなりません。そのような物体を、次式のようにおきます。

$$I_o(\mathbf{r}_o) = 1 + \sigma \cos(2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o) \quad (16)$$

上式ではベースを1としているので、 \mathbf{k} というフーリエ成分のコントラストが σ です。正確に言えば、 $\cos(2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o) = (e^{i2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o} + e^{-i2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o})/2$ であることから、この項は \mathbf{k} と $-\mathbf{k}$ の二つのフーリエ成分から成るというべきです。しかし、OTF(\mathbf{k})は偶関数なので、これら二成分はいつもまとめて扱うことが可能です。

物体(16)に対しての像は、OTF(\mathbf{k})がもつ意味だけから次のように得られます。まず、(16)のベース値は $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ の成分であり、この伝達比はOTF($\mathbf{0}$)で与えられます。今は物体のベースが1なので、像面でのベースがOTF($\mathbf{0}$)となります。次に、 \mathbf{k} というフーリエ成分の伝達比はOTF(\mathbf{k})なので、(16)の $\cos(2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_o)$ の振幅が像面でOTF(\mathbf{k})倍になります。結局、物体(16)の像は次式で与えられます。

$$\begin{aligned} I_i(\mathbf{r}_i) &= \text{OTF}(\mathbf{0}) + \sigma \text{OTF}(\mathbf{k}) \cos(2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \\ &= \text{OTF}(\mathbf{0}) \left[1 + \sigma \frac{\text{OTF}(\mathbf{k})}{\text{OTF}(\mathbf{0})} \cos(2\pi\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_i) \right] \end{aligned} \quad (17)$$

(17)の結果から、 \mathbf{k} 成分のコントラストは、もとの σ から、そのOTF(\mathbf{k})/OTF($\mathbf{0}$)倍に変化していることがわかります。そこで、コントラストの伝達比を与える関数を次のように定義できます。

$$\text{CTF}(\mathbf{k}) = \frac{\text{OTF}(\mathbf{k})}{\text{OTF}(\mathbf{0})} \quad (18)$$

これは、光学では「規格化されたOTF」と呼ぶことが多いようですが、本稿では**コントラスト伝達関数**

(contrast transfer function) と呼ぶことにしましょう。上式における OTF($\mathbf{0}$) は、PSF(\mathbf{r}_o) のフーリエ変換の $\mathbf{0}$ 成分、すなわち、

$$\text{OTF}(\mathbf{0}) = \int \text{PSF}(\mathbf{r}_o) d\mathbf{r}_o \quad (19)$$

として与えられます。これは §12.4.1 で述べたように、物面と像面の電流比率を意味します。ここでの言葉でいえば、ベースの伝達比率であり、像の明るさを決めます。

なお、電子光学においては、インコヒーレント光源に対してのコントラストを議論することはあまりありません。電子光学でコントラストの伝達といえ、TEM のコヒーレント照明の場合を指すのが普通です。前回簡単に述べましたが、コヒーレント照明のもとでは、試料に対して弱位相物体近似が成り立つときだけ線形応答となり、よってそのときだけ周波数特性を考えることができます。

12.5 光学系と像の関係

前項で述べたのはあくまで像の評価方法に関しての議論であり、光学系の収差係数や動作条件が像にどのように関わるかはまだ示されていません。本節ではこのテーマを考えます。

12.5.1 PSF の構造

物体と像の関係は、§12.4.1 の (8) で与えられています。光学系の寄与は、物面の一点のボケを与える点像分布関数 PSF に集約されます。そこで、収差係数などの光学系の条件によって、この関数がどのように変化するかを調べてみます。

PSF の計算方法として、電子の波動性による回折収差を考慮した波動光学的なもの、波動性を無視した幾何光学的なものが可能です。波動光学的な扱いはすでに前回述べましたが、ここで要点だけを復習しておきます。まずアッペの結像理論から、物面における複素振幅 $U_o(\mathbf{r}_o)$ のフーリエ変換 $\hat{U}_o(\mathbf{k})$ がレンズの回折面に写されます。とくに点光源 $U_o(\mathbf{r}_o) = \delta(\mathbf{r}_o)$ の場合を考えると、このフーリエ変換は 1 であるので、回折面は一様に照らされます。この回折面において絞りによる制限が働き、また収差とデフォーカスによる位相のずれが起こります。これらの効果によって、

回折面における複素振幅が次のように与えられます。

$$\hat{K}(\mathbf{k}) = A(\mathbf{k})e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Phi(\mathbf{k})} \quad (20)$$

ここで $A(\mathbf{k})$ は開口関数であり、回折絞りによって行われる開き角の制限を与えます。絞りを通過できるフーリエ成分 \mathbf{k} に対して 1、そうでない成分に対して 0 です。また $\Phi(\mathbf{k})$ は波面収差であり、球面収差 C_S とデフォーカス Δf による位相のずれを与えます。具体的には次式です。

$$\Phi(\mathbf{k}) = -\frac{1}{4}C_S\lambda^4|\mathbf{k}|^4 + \frac{1}{2}(\Delta f)\lambda^2|\mathbf{k}|^2 \quad (21)$$

回折面上の各点からはホイヘンスの二次波が発せられ、それらが像面で重ね合わされます。式でいえば、(20) の逆フーリエ変換として、像面における複素振幅 $K(\mathbf{r}_i)$ が与えられます。この絶対値の自乗をとることで、最終的に点光源像の強度分布 $\text{PSF}(\mathbf{r}_i) = |K(\mathbf{r}_i)|^2$ が得られます。まとめて一つの式で書けば、

$$\text{PSF}(\mathbf{r}_i) = \left| \int A(\mathbf{k})e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Phi(\mathbf{k})}e^{i2\pi\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}_i} d\mathbf{k} \right|^2 \quad (22)$$

です。上式において、 $A(\mathbf{k})$ によって与えられる開き角制限、および $\Phi(\mathbf{k})$ に含まれる C_S と Δf が、光学系を特徴づけるパラメータです。今回は、以上の手順で計算した PSF の例をいくつか示しました。

原理上は、どんな場合でも (22) によって PSF を計算できます。しかし、(22) の積分を数値計算しようとする際に、条件によっては計算が破綻します。すなわち、波面収差による位相のずれが大きくなると、回折面上での位相因子が激しく振動して、逆フーリエ変換の計算が困難となります。(フーリエ解析の言葉でいえば、サンプリング定理をみたすための刻み幅が極端に小さくなります。) しかし、PSF のボケが最小になるような最適開き角の条件では、波面収差は波長程度の大きさにしかならないので、そのような状況は起こりえません。(というより、波面収差がその程度になるまで開き角を制限することで、ボケが最小となるわけです。)

問題は、絞り径を最適開き角に対するものより大きくとって、感度を稼ごうとする場合です。絞りが大きくなれば、回折面上での積分に寄与する \mathbf{k} の範囲が広がり、結果として波面収差が増大します。しかしながら、幸いにしてこのことは深刻な問題とはなりません。なぜなら、開き角が大きければ回折収差は無視できるので、上のような波動光学的な計算を行う必要が、そもそもなくなるからです。すなわち、最初

から波動性を無視して、幾何光学的に PSF を求めればいいわけです。

幾何光学的な手法で PSF を求めるには、点光源からたくさんの軌道を出して、像面に達する位置をプロットしていただくだけです。指定するパラメータは、波動光学的な計算の際と同様で、物面でのビームの開き角 α_0 、そして C_S と Δf です。

計算例を Fig.7 に示します。図の一番上は、レンズが球面収差をもつ場合の電子軌道の様子です。その下の二段の図のうち、上側が軌道計算によるスポットダイアグラム、下側は、スポットの数を増やして PSF を連続的な電流密度分布として表示したものです。これらを三通りのデフォーカス位置に対して示しています。(電流密度分布の計算の際に、スポットダイアグラムの結果に連続化の手法を適用することも行われますが、スポットの数を十分多くとればその必要はありません。画面を画素に分けて、それらに入るスポットの数を数え、その分布を濃淡表示するだけです。)

Fig.7 では、前回示したような波動光学的な計算結果とは異なって、球面収差がつくる火線の構造がそのまま電流密度分布に現れています。まず (a) の最小錯乱円位置では、球面収差がつくる包絡面の断面が**火線リング (caustic ring)** として見えています。また、同じく球面収差によって中心にも強度が集中し、この芯の部分は**コア (core)** と呼ばれます。ここから少しガウス像面側にずれると、図の (b) のように、火線リングとコアの外側に、**ハロ (halo)** と呼ばれる電流が薄く広がった領域ができます。(この領域はフレアというときもあります。) 電流密度分布の表示では、ハロの領域は強度が小さすぎてほとんど見えていませんが、スポットダイアグラムならわかります。図 (c) のガウス像面においては、コアの外側はすぐに大きく広がったハロの領域となり、火線リングはつくられません。このように、 C_S と開き角が同じであっても、デフォーカスの取り方で PSF がかなり異なった分布となります。

ガウス像面では、 α_0 が小さい軌道がコアの部分をつくり、 α_0 を増やしたときは、コアの部分はそのままハロがどんどん外側に広がっていきます。すなわち、コアは光軸付近の軌道だけからつくられています。これはデフォーカスがある場合でも同様です。ただし、 α_0 を減らせば強度の集中したコアだけが残るかといえば、そうではありません。その際は、小さな開き角 α_0 がつくる分布の中央がコアとなり、その外側がハロとなります。PSF の構造は、 α_0^3 に比例して相似形で保たれます。

従来の扱いでは、空間分解能に対しての球面収差の寄与を、最小錯乱円の直径 $d_S = (1/2)C_S\alpha_0^3$ で与えることが多いわけです。この根拠は、電流密度が 0 でない領域が一番狭くなるのが最小錯乱円位置であるからです。この位置からどちら側にデフォーカスをかけても、電流密度分布の外縁の直径は増加します。たとえばガウス像面では、外縁の直径は d_S の 4 倍となります。しかしながら、上で示したような電流密度分布を考慮するなら、最小錯乱円位置が最適デフォーカスを与える保証はありません。この問題のためには、ただ PSF をながめるだけでなく、実際にそれがつくる像を調べてみる必要があります。

12.5.2 PSF と像の対応

ビームの開き角が大きな条件では、幾何光学的な扱いが許され、その際の PSF が前項で示したような手法で計算されます。この PSF を用いて、実際に像を計算してみましよう。

Fig.8 はその計算例です。まず上側のグラフは、§ 12.3 で用いたのと同じ表式によって、点光源像のボケ d を開き角 α_0 の関数として示したものです。収差係数の大きさは対物レンズのタイプによってさまざまですが、以下では小さ目の $C_S = 5 \text{ mm}$ を仮定します。開き角 α_0 を最適値に比べて十分大きくとるなら、まず回折収差 d_D は無視できます。また、球面収差 d_S は α_0^3 に比例して増加し、色収差は α_0 に比例するので、開き角を大きくとればとるほど、色収差は球面収差に比べて無視できるようになります。(色収差がどの程度効くかは C_C と ΔE の値次第ですが、色収差の寄与は単にエネルギー分布を重みにして PSF を重ね合わせるだけなので、以下では球面収差の寄与だけを考慮します。)

図のグラフから読みとれるように、 $\alpha_0 = 50 \text{ mrad}$ (約 3°) では $d_S = 0.3 \mu\text{m}$ であり、 $\alpha_0 = 100 \text{ mrad}$ ではその $2^3 = 8$ 倍の $d_S = 2.4 \mu\text{m}$ です。後者の開き角は、最適値より一桁大きな値です。Fig.8 の下側は、これらの開き角のもとで、ピッチが $5 \mu\text{m}$ のストライプ状のパターン (ストライプ一本の幅は $2.5 \mu\text{m}$) に対しての像を計算したものです。

図 (a) は、開き角が $\alpha_0 = 50 \text{ mrad}$ のときの像です。この角度では $d_S = 0.3 \mu\text{m}$ でしたから、ピッチに比べて一点のボケは十分小さく、よってデフォーカス値は像にほとんど影響しません。(この像は最小錯乱円位置で計算していますが、たとえばガウス像面に変えても、見てわかる違いは生じません。) この程度の角

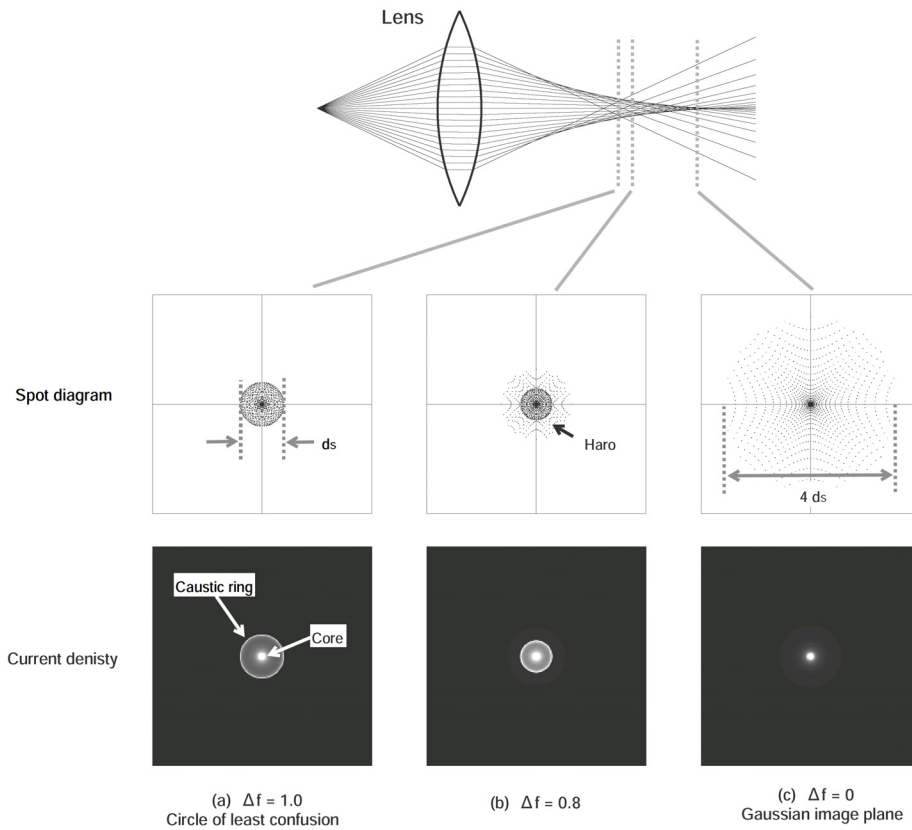


Fig. 7: Variations in the point spread function PSF of the lens with spherical aberration according to the amount of defocus Δf .

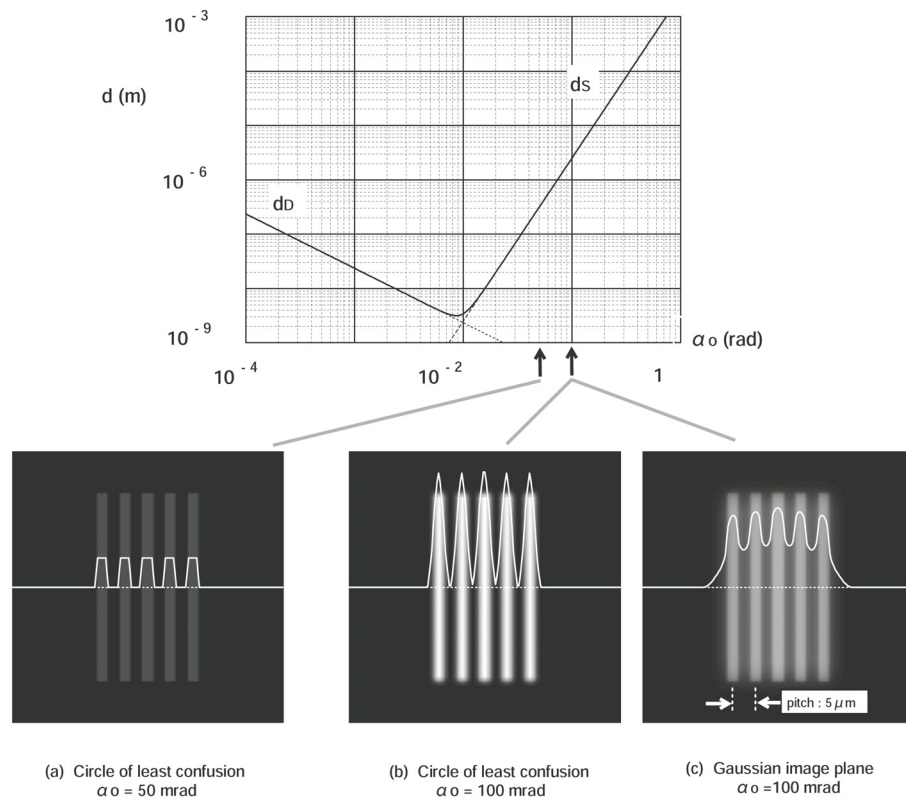


Fig. 8: Calculated images when an aperture angle α_0 is made larger than the optimum value with regard to spatial resolution.

度まで取り込んだときに、像がどの程度の明るさになるかは、もちろん光源の強さ次第です。もし十分な明るさが得られれば、角度を絞って最適値に近づけることで、分解能をよくできます。逆にまだ暗ければ、もっと角度を広げる必要があります。(計算結果を表示する際の明るさはプログラムで自由に選べますが、ここでは右側の二つの像との強度比率を正しく表示しています。)

現実に像を観察する場合、もし光源の強さが足りなければ、たとえば蛍光板を置いて何も見えず、MCP(マイクロチャンネルプレート)を用いてもチラチラと見えるだけで、それを積算してやっと像らしきものになるような場合があります。そのような状況では、分解能は犠牲になっても、開き角を広げて感度を上げるしかありません。

図の(b)(c)は、開き角を2倍に広げて明るくした場合です。角度が2倍なので、明るさは4倍、すなわちベース値が4倍に持ち上がります。(像の全域でベースが持ち上がるのではないことに注意しましょう。あくまでパターンが存在する領域だけです。)この角度では $d_s = 2.4 \mu\text{m}$ でしたから、ストライプ一本の幅とほぼ同じ値です。像は、最小錯乱円位置にデフォーカスした場合が(b)、ガウス像面の場合が(c)です。この結果からわかるように、像の性質はデフォーカスに大きく依存します。ガウス像面の方が、ストライプのエッジがきれいに見えています、全体に大きなベースがのっていてコントラスト的には良くありません。一方、最小錯乱円位置では、コントラストが大きくてメリハリが強いものの、エッジはボケてしまっています。

このようなデフォーカスによる像質の違いは、前項で示した電流密度分布の特徴から説明できます。ガウス像面では、コアの存在によって、試料の細かい構造が像に反映されます。ストライプのエッジが鮮明に見えるのは、コアの寄与です。しかし、コアの周辺にハロが大きく広がっているため、パターンが存在する領域の全体にモヤがかかったようになります。このような像は、コアがつくる分解能の良い像と、ハロがつくる分解能の悪い像が重なり合ったものと見ることができます。一方、最小錯乱円位置では、電流分布全体の広がりが小さくなるので、モヤの発生は抑えられて、コントラスト的には改善されます。しかし、火線リングの径はコアに比べて大きいので、細部の再現性は劣ります。

さて、図(a)の見え方はデフォーカスによらないのですが、これをガウス像面での像と見ましょう。こ

の状態から始めて、ガウス像面の条件を保ったまま角度を増やしていき、図(c)の条件に移行する過程を考察してみます。(図(b)は無関係です。)前項で述べたように、ガウス像面におけるコアは α_0 の小さい軌道によってつくられています。 α_0 を大きくしても、ハロが外側にのびるだけです。よって、図(a)でコアとして働いていた部分の寄与は、そのまま保たれます。図(a)から(c)へのラインプロファイルの変化を見れば、コアがつくる分解能のよい像はそのままで、ベースだけが持ち上がっていることがわかります。

すなわち、ガウス像面においては、開き角を広げてもベースが持ち上がるだけです。これによって、細かい構造の見え方は保たれ、コントラストだけ損をすることになります。では図(a)から(c)への移行でなにもいいことがないかといえば、そうではありません。極端に像強度が弱く、積算してやっと像が見えてくるような状況では、像を構成する電流の絶対量が必要となります。その際は、ベースの強度が有意に働きます。

強度が十分に得られる状況(たとえばSEM像)では、図(a)ではなく(b)(c)を選ぶ理由はありません。難しいのは、強度が必要な場合に、図(b)(c)のどちらを選ぶかという問題です。モヤがかかっている低コントラストではあるが細部がよく見える、というのが図(c)ですが、このような見え方が好まれるとは限りません。たとえば、電子分光などによって元素分析を行うような場合は、とくに定量性を考慮すれば、物面でのコントラストが保たれる図(b)の条件が望ましいでしょう。

デフォーカスによる像の変化をもっと詳しく調べたのがFig.9です。これは、デフォーカスをガウス像面から最小錯乱円位置まで変えたときのPSFと像の変化、およびコントラスト伝達関数CTFを示しています。CTFの横軸は $k = |\mathbf{k}|$ であり、空間周期(ピッチ)の逆数です。(空間周期が $1 \mu\text{m}$ の位置だけ図に示してあります。)定義によって、CTF(0)はつねに1です。

まずFig.9(a)は、 $\alpha_0 = 100 \text{ mrad}$ の場合です。デフォーカス Δf は、ガウス像面を $\Delta f = 0$ 、最小錯乱円の位置を $\Delta f = 1$ として表示しています。 Δf によるCTFの変化を見てみると、ガウス像面では、ハロのせいでベースが持ち上がるため、低域(低周波数側)ですぐコントラストが落ちてしまいます。しかし、コアの寄与によって高域でもあまり減衰せずに、すそを引いたようなかたちとなります。 Δf を大きくしていくと、ハロの領域が縮小して火線リングが拡大

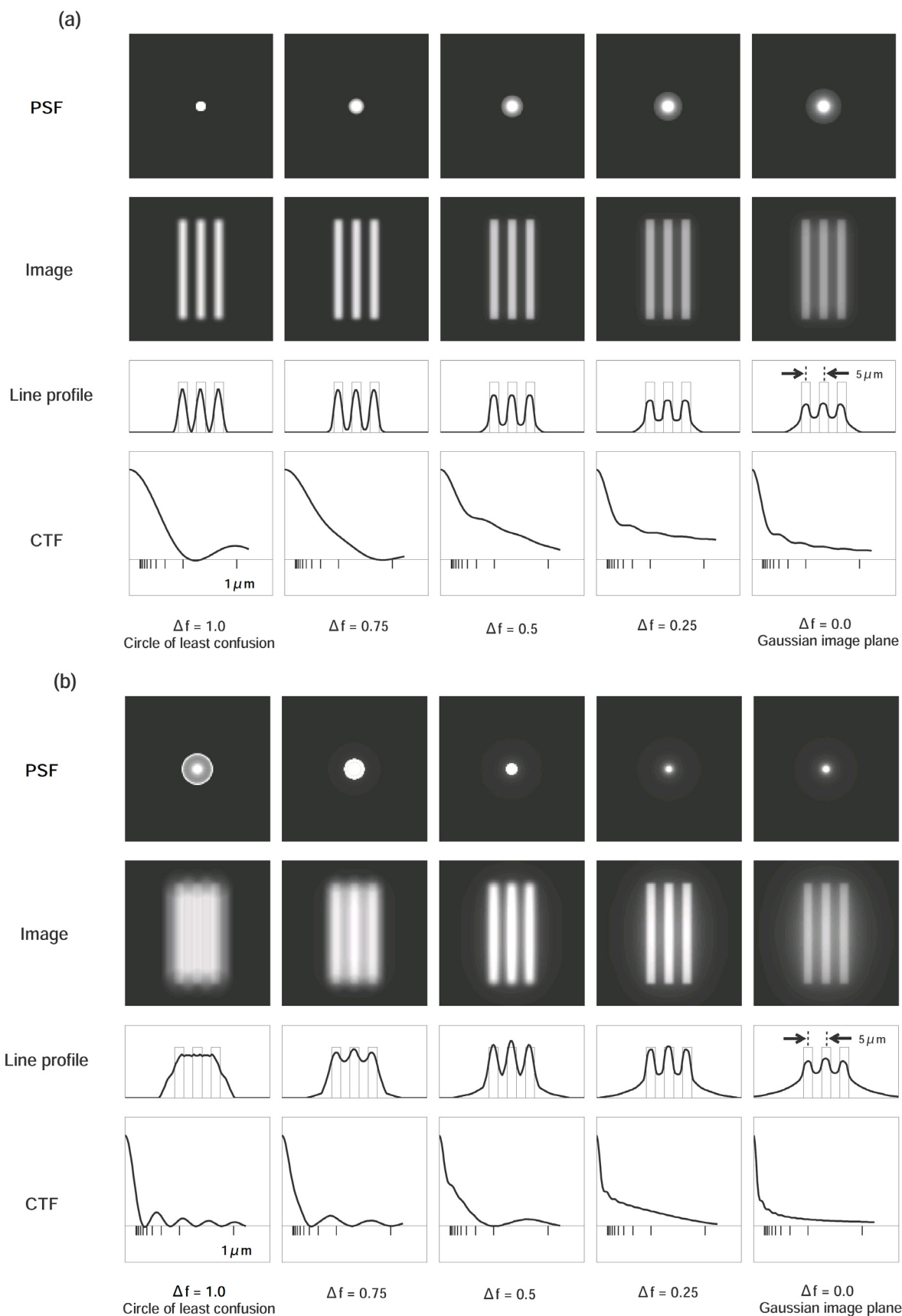


Fig. 9: Variations in the PSF, image, and CTF for the lens with spherical aberration: (a) $\alpha_o = 100$ mrad; (b) $\alpha_o = 150$ mrad.

されていくので、途中まではCTFが全域で改善しますが、大きくしすぎると高域側が落ち込みます。周波数全域でのCTFを平均的に考慮するなら、 $\Delta f = 0.5$ のあたりが良い値でしょう。像からもそのように判断されます。

図の(b)は、さらに開き角を広げて $\alpha_o = 150$ mradとした場合です。このときの d_S は約 $10 \mu\text{m}$ となり、最小錯乱円位置ではストライブの一本一本を分離できていません。CTFが振動していますが、これは、火線リングの直径と同期するような空間周波数がとびとびに存在するからです。ガウス像面では、コアの寄与によってストライブが識別できます。

重要なことは、 d_S の値からは決して見えないはずの構造が、デフォーカスによっては識別可能となるということです。現実の装置において、回折絞りを開放にしても像がちゃんと見えることがあります。もし d_S から予想される分解能よりも良い値が得られているとすれば、それはコアの寄与です。

12.5.3 空間分解能の定義について

前項の計算例からわかるように、像の見え方は多様であり、最小錯乱円の直径 d_S を空間分解能と見なす立場は、あまりにも状況を安易に扱っています。 d_S の値からは解像不可能な構造でも、デフォーカスによっては識別できる場合があるわけです。ただし、そのような条件ではコントラストが犠牲になるので、それを「分解能の良い像」と呼ぶべきかどうかは問題が残ります。

結局のところ、分解能という一つの数値で像を評価することに無理があるわけです。どこまで細かい構造が見えるかという観点では、CTFが空間周波数の高域までのびていることが要求されます。しかし、低いコントラストで高域まですそを引いたCTFが必ずしも望まれるのではなく、低域での高いコントラストが要求される場合もあります。とくに電子分光など、分析が目的の場合がそうです。

光学の分野において、OTFなどによる空間周波数応答の概念が導入された当時、光学系の評価はすべてOTFを示せば済んでしまうと考えられました。OTFだけで光学系のすべての特性が示されるので、分解能という不確かな数値はもう必要ないというわけです。ところがしばらくして、OTFの関数形からは、像質が必ずしも想像できないことに気づかれはじめます。たとえば、あるカメラレンズの固有の収差によってつくられる「ボケ味」を、OTFから読み取ることは困

難です。点や線がどのようなボケ方をするかを直接知ることができず、どんな種類の収差が効いているのかもわかりません。

この事情からいえば、OTFだけ見せられてもまったく不十分であるわけです。どうせそうなのであれば、分解能と呼べる数値がやはり欲しくなります。何らかの限られた設定のもとでの情報しかもたないとしても、分解能という目安となる数値があれば安心できます。

この主旨での分解能の定義として、CTFがある値を切るような空間周波数を対応させる流儀があります。これは、識別可能なコントラストの最小値をあらかじめ設定して、どの周波数までそのコントラストが保たれるかを示すものです。しかし、これは高域でのCTFだけを問題にすることになり、低域でのコントラストの高低が考慮されません。また、CTFが単調減少するとは限らず、何度も振動するような場合は有効ではないでしょう。前項で見たように、球面収差が支配的となる状況ではそのような場合が起こりえます。

これとは別の定義として、いわゆるエッジ分解能(edge resolution)があります。これはCTFと直接結びつくものではありませんが、電子光学において採用されることがあるので、以下で詳しく考察してみます。エッジ分解能 R_E は、物面の半平面を占めるパターンを想定して、その像のラインプロファイルが最大値の20%から80%まで立ち上がるのに要する距離として定義されます。Fig.10(a)はデフォーカスを最小錯乱円位置にした場合、(b)はガウス像面の条件で、ラインプロファイルと像を計算してみたものです。物面のパターンが半平面だと像の変化が見えにくいので、ここでは有限の幅のパターンを用いています。(ラインプロファイルの計算では半平面としています。)

R_E の計算のためには、物面の各点がPSFのようにボケると考えるかわりに、PSFをSEMのプロープのように見なして、これが物面上でスキャンされると考えるほうがわかりやすいでしょう。(物体と像の関係をコンボリューションとして与える式は、この両方に解釈できます。)図では、PSFがパターンに向かってスキャンされて、その全電流の20%がパターンに食い込んだときの状態が示されています。この位置が、ラインプロファイルが20%まで立ち上がった点に対応します。(ガウス像面でのPSFは、ハロの大きさがわかるように露出オーバーで表示しています。)

最小錯乱円位置において、 R_E と d_S の関係は α_o の値には依存しません。なぜなら、物面上のパターンは

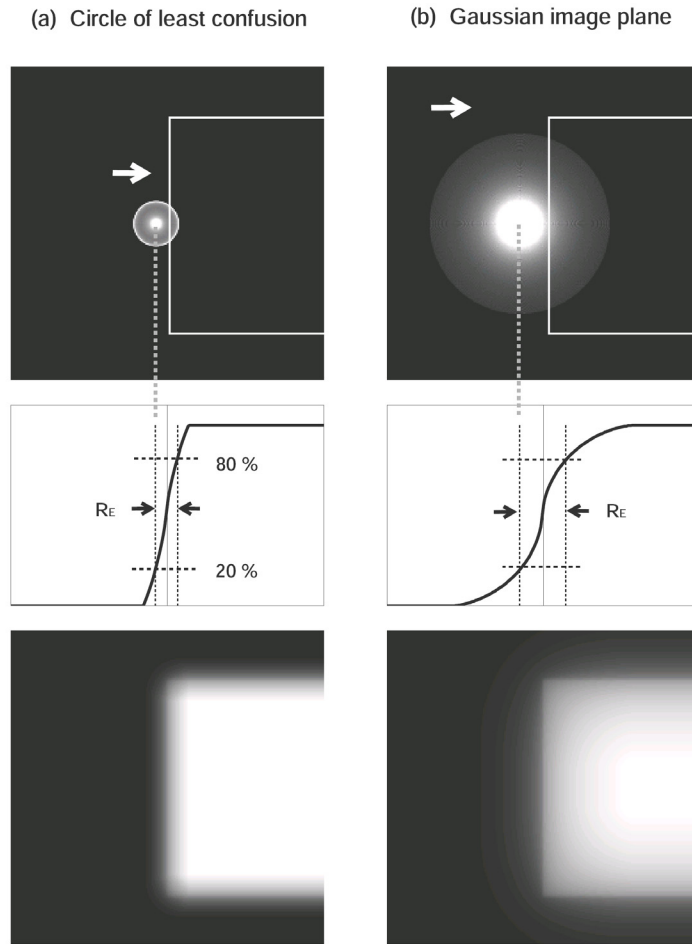


Fig. 10: Determination of edge resolution R_E by scanning PSFs on the half-plane object.

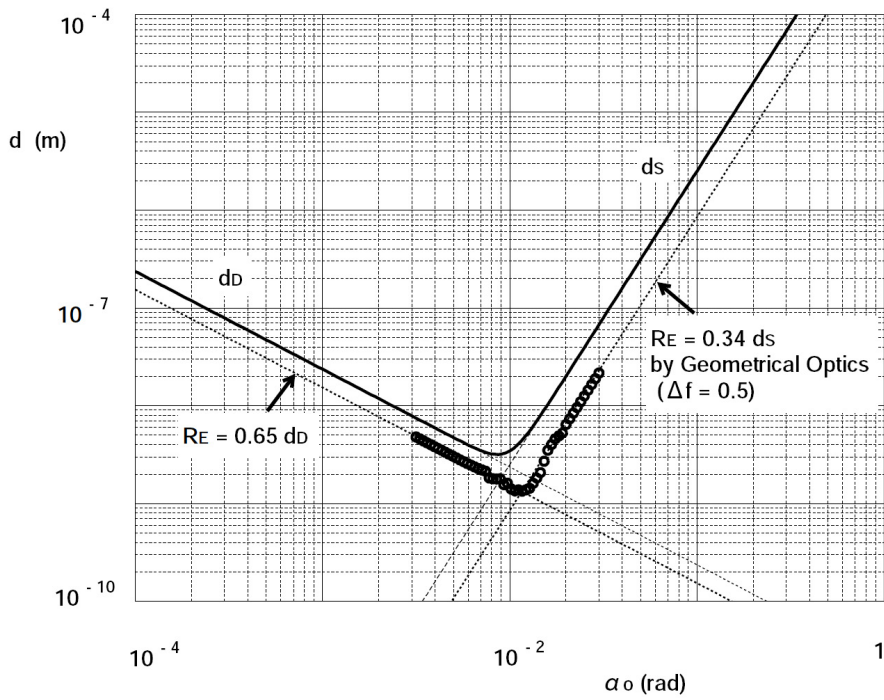


Fig. 11: Edge resolution R_E as a function of the aperture angle α_o .

半平面であってスケールを特徴づけるものがないので、 d_S が2倍になれば R_E も単純に2倍になります。一般のデフォーカス位置に対しても、 d_S を単位として用いて R_E を表せば、計算結果は次のようになります。まずガウス像面 $\Delta f = 0$ では $R_E = 1.0 d_S$ 、最小錯乱円位置 $\Delta f = 1.0$ で $R_E = 0.47 d_S$ となります。また、 R_E が最小となる最適デフォーカスは $\Delta f = 0.48$ で与えられ、そのときの最小値は $R_E = 0.34 d_S$ です。(解析的な計算が可能かも知れませんが、ここで示したのは数値計算の結果です。)

この結果から、エッジ分解能を問題にする限り、最小錯乱円の直径 d_S は十分に目安となることがわかります。ある α_o の値での d_S はガウス像面での R_E を与え、同じ α_o に対しての R_E の最小値は、その0.34倍であるわけです。とはいえ、Fig.10における像とラインプロファイルを見比べると、 R_E が像質を反映しているとはいえません。ガウス像面のコアがつくる像の寄与は、 R_E の値にはほとんど効いていません。これは、 R_E が空間周波数の低域重視の評価であり、どこまで細かい構造が識別できるかという意味での分解能とは隔たりがあることを意味しています。 R_E を決めるのはPSFを半平面で縦に切ったときの電流値の変化であり、コアの存在はそれに反映されにくいわけです。

このような欠点を補正すべく、たとえば R_E の判定をもう少し狭い範囲にするとか(たとえば40%から60%までの立ち上がりで判定する)、あるいはパターンの境界でのラインプロファイルの微分値(傾き)を問題にすることも可能です。しかしそうすれば、逆に低域でのコントラストが反映されなくなるでしょう。ここでの R_E の定義は、低域のコントラストを優先した分解能として適切な値を与えるものです。

以上で示した計算は、幾何光学近似が有効な場合のもので、しかしエッジ分解能は重要なので、波動光学的な計算による、最適開き角付近の結果も示しておきます。Fig.11は、最適開き角の前後での R_E の値を \circ でプロットしたものです。デフォーカスは、先の結果を考えて $\Delta f = 0.5$ を仮定しています。(この値は最小錯乱円位置を単位として決めているので、球面収差が効かない α_o の小さな領域ではデフォーカスは0です。)最適開き角の付近で R_E の値が少し振動していますが、これはPSFが干渉によって波を打つ関数となるからです。 α_o が大きくなって回折収差が無視できるようになれば、当然ながら、先に示した幾何光学的な R_E に一致します。

図において、最適開き角よりも α_o の小さな領域で

は、 R_E は d_D より小さな値を与えています。前回述べましたが、 d_D はレイリーの分解能と呼ばれ、2点分離できる最小距離を与えるものです。しかしこの定義は、分離して見えるかどうかの判定において15%のコントラストを要求していて、これはかなり大きめの値です。図の波動光学的な結果は、 α_o の小さい側で $d = 0.65 d_D$ の直線にのっていますが、これは値としては妥当でしょう。

結果として得られた R_E の最小値は、 d_S と d_D の幾何平均として与えた d の最小値のさらに2.5分の1となっています。(この値は C_S と λ_o の値で違ってきますが、大きくは変わりません。)前回示したように、波動光学的に計算したPSFの実効径は、最適開き角では d の約2分の1となり、今回の R_E とよく似た値となっています。(PSFの実効径に関しても、やはり $\Delta f = 0.5$ の近くが最適デフォーカスとなるのでした。)

SEMに関していえば、SEM像の分解能は、エッジの立ち上がりで判定されることがしばしばあります。上の結果からすれば、波動光学的に計算したプローブ径はほぼ R_E を与え、そしてその値は、 d_S と d_D の幾何平均として与えた d の半分程度の値となるわけです。 R_E では低域が重視されることから、この分解能の定義は、定量性が重視される分析モードに対しても有効に働くはずで

12.6 まとめ

今回は対物レンズの構成と像の評価に関して考察しました。要点をまとめれば次のようです。

(1) 結像レンズ系において、空間分解能に寄与するのは対物レンズである。これは、試料面の一点から出たビームの開き角が、像の拡大とともに減少していくことによる。一方、像の歪などの軸外収差に関しては、後段のレンズが寄与する。

(2) 静電型対物レンズは、正味の加減速を行うものと、レンズ中でだけ加減速を行うものに分類される。正味の加減速のないものはアインツェルレンズと呼ばれ、加速型アインツェルの方が、減速型のものより収差係数が小さい。正味の加減速を行うものはカソードレンズと呼ばれ、試料をある電位に浮かせて、強い加速場で電子を引き込むことで小さな収差係数を実現する。このタイプは、初期エネルギーが小さな場合にだけ適用可能である。

(3) 磁場型対物レンズは、同じく正味の加減速を行

わないアインツェルレンズよりも、収差係数を小さくできる。しかし、ヨークとコイルが必要であるので、電極だけで構成できる静電タイプよりも場所をとるデメリットがある。磁場強度のピーク位置に試料を置くインレンズタイプが収差の面で有利である。セミインレンズはインレンズよりも収差は若干悪いが、レンズを試料の外に置けるので試料周りの自由度が確保される。

(4) 光学系よってつくられる像は、物体と点光源像 PSF とのコンボリューションで与えられる。物体と像の関係がコンボリューションとなるのは、光源がインコヒーレントである場合だけである。このときは、正弦物体の像は同じ空間周波数をもった正弦像となり、物面から像面へのコントラスト伝達を周波数ごとに与える関数、すなわち CTF が定義される。

(5) 像強度が優先される状況においては、試料面でのビームの開き角は、分解能に関しての最適値よりも大きくとられる。このような条件では、回折収差と色収差の寄与は減り、球面収差が支配的となる。その際の PSF は、球面収差がつくる火線の存在によって特徴的な構造を示す。

(6) 像の性質は、デフォーカス値に強く依存する。ガウス像面で結像する条件では、コアがつくる分解能の良い像と、ハロがつくる分解能の悪い像の重ね合わせとなる。この場合は、CTF は空間周波数の高域までゲインを保つものの、コントラストは弱い。最小錯乱円位置では逆に、低域で高コントラストが得られるが、細部の解像度は劣る。

(7) 空間分解能だけで光学系を評価するのは無理があり、それに変わる評価基準が CTF である。とくに、空間周波数の低域でのコントラストが重視される分析モードにおいては、この評価が有効である。ただし、球面収差が支配的な状況での CTF の変化は複雑であり、この関数形だけで像質の特徴をとらえることはできない。球面収差による特徴的な PSF の構造と像との関係を理解することが重要である。

(8) エッジ分解能 R_E は、低域のコントラストが重要視される応用に適した定義である。最適開き角においては、波動光学的に計算した PSF の実効径は R_E にほぼ一致した値を与える。

[1] 小倉磐夫, 現代のカメラとレンズ技術, 写真工業出版社 (1995)

光学系の OTF に関しては、次のものも参照してください。

[2] 牛山善太, 草川徹, シミュレーション光学, 東海大学出版会 (2003)

[3] 尾崎義治他訳, ヘクト・光学 (第 4 版訳) I-III, 丸善 (2003); E. Heccht, Optics, 4th ed., Benjamin (2002)

[4] 草川徹他訳, 光学の原理 (第 5 版訳) I-III, 東海大学出版会 (1974); M. Born and E. Wolf, Principles of Optics, 6th ed., Pergamon (1980)

これらはすべて光学の文献ですが、電子光学においてもそのまま通用します。[2] ではエッジ分解能に関しても述べられています。

磁場型対物レンズ設計の自動化に関しては次の報告があります。

[5] M. Kato and K. Tsuno, IEEE Trans. Magnetics 26(2), 1023(1990)

12.7 文献紹介

光学レンズの解像度と OTF の関係については、次の文献に詳しく書かれています。